Algebra in Q

Bruchrechnen

Mathematik

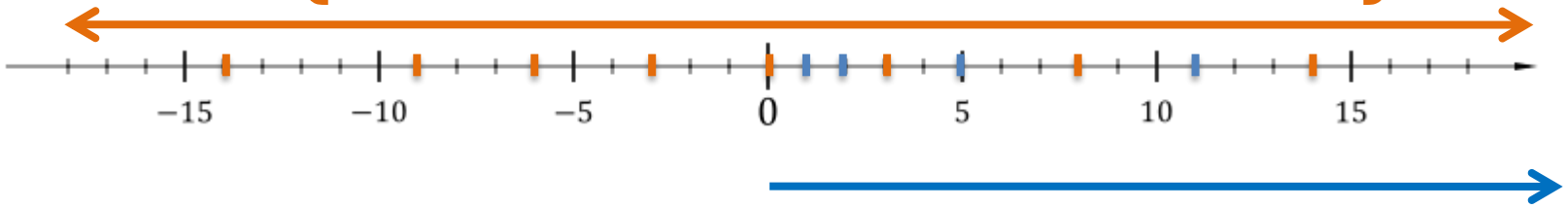
Paul Bischof

kbsglarus

Zahlenmengen $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$

Abgeschlossen bez.
Addition, Subtraktion & Multiplikation

$\mathbb{Z}=\{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$



$\mathbb{N}=\{1,2,3,4,5,..\}$

Nicht Abgeschlossen
bez. Division

Abgeschlossen bez.

Addition & Multiplikation

kbsglarus

Zahlenmenge $\mathbb{Q}$ rationale Zahlen

Abgeschlossen bez.
Addition, Subtraktion & Multiplikation

$\mathbb{Z}=\{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$

Division: **8 : (-4)** = -2, aber **5 : (-4)** $\notin \mathbb{Z}$

$\mathbb{Q}$ ist die Menge aller Zahlen,
die sich durch Division
ganzer Zahlen erzeugen lassen.

kbsglarus

Rationale Zahlen $\mathbb{Q}$ Darstellung

Als Bruch: $2 : 5 = \frac{2}{5}$ $\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$

Als Dezimalbruch oder Dezimalzahl: $\frac{2}{5} = 0.4$

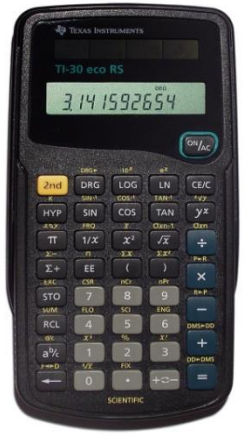
Periodische Dezimalbrüche:

$\frac{5}{6} = 0.8\overline{3}$ *In Worten: null-Komma-acht-Periode-drei*

kbsglarus

Brüche und Ihr Rechner

Modelle:
Texas Ti30 - 36



Kennen Sie Ihren Rechner wirklich ??

Zu den Bruchzahlen steht auch einiges in der Gebrauchsanleitung

Schauen Sie mal nach im Vorlagenlaufwerk

kbsglarus

Umrechnen – Dezimal ⇔ Bruch

- Bruch →Dezimal → Dividieren
  5 : 8 = 0.625
- Dezimal → Bruch: Nenner = Zehnerpotenzen
  0.625 = 625/1‘000 → kürzen = 5/8
- Periodische Dezimalbrüche: 0.8333333…..
  → Methode lernen
- S. 34

kbsglarus

Periodische Dezimalbrüche

$0.8\overline{3} =$ → Bruch?

kbsglarus

Vorzeichen bei Brüchen

S.37

$$\frac{-1}{2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{a-b}{-2} = \frac{-(a-b)}{2} = \frac{b-a}{2}$$

$$-\frac{a-b}{a} = \frac{-(a-b)}{a} = \frac{b-a}{a}$$

kbsglarus

Erweitern und Kürzen

Erweitern ➔ Zähler und Nenner mit demselben Term multiplizieren

Kürzen ➔ Zähler und Nenner durch denselben Term dividieren

3.4, Seite 37 - 40

kbsglarus

Erweitern und Kürzen

c) $\dfrac{6a^2 - 6b^2}{4a^2 + 8ab + 4b^2}$

d) $\dfrac{2}{a-2b} + \dfrac{1}{2b-a}$

f) $\dfrac{(3a+3b)^2}{(a+b)^2}$

g) $\dfrac{(4a+2b)^2}{(6a+3b)^2}$

j) $\dfrac{3}{2x-y} + \dfrac{2}{y-2x}$

k) $\dfrac{5}{(x-4y)^3} - \dfrac{3}{(4y-x)^3}$

kbsglarus

Addition und Subtraktion

S. 41

Vorgehen

1. Gleichnamig machen
2. Zähler addieren / subtrahieren
3. ev. vereinfachen / verwandeln

$$\frac{5}{6}-\frac{2}{9}=\frac{3\cdot 5}{3\cdot 6}-\frac{2\cdot 2}{2\cdot 9}=\frac{15}{18}-\frac{4}{18}=$$

$$\frac{15-4}{18}=\frac{11}{18}$$

kbsglarus

Addition und Subtraktion II

S. 41 d)

d) $$\frac{a^2+3}{a^2+4a+4} - \frac{3+2a}{2a+4}$$

kbsglarus

Multiplikation

Vorgehen

1. Kürzen
2. Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner
3. ev. vereinfachen / verwandeln

$$\frac{3}{8} \bullet \frac{4}{9} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{2}{\cancel{8}} \cdot \underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$$

kbsglarus

Multiplikation II

Aufgabe e)

$$\frac{4a^2+4a+1}{3a^2-27} \bullet \frac{6a^2-36a+54}{4a^2-1} =$$

kbsglarus

Division

Aufgabe e) S. 68

Dividieren von Bruchtermen heisst:

Multiplizieren des Dividenden mit dem **Kehrwert des Divisors**.

$$\frac{a+b}{a-b} : \frac{a}{a^2-b^2} = \frac{a+b}{a-b} \bullet \frac{a^2-b^2}{a} = \frac{a+b}{a-b} \bullet \frac{(a+b)(a-b)}{a} = \frac{(a+b)(a+b)\cancel{(a-b)}}{\cancel{(a-b)}a} =$$

$$\frac{(a+b)^2}{a}$$

Dividieren von Bruchtermen heisst:

Divisor drehen → multiplizieren

kbsglarus

Division Aufgabe f)

S. 68

$$\frac{10a+5b}{3a-b} : \frac{2a+b}{9a^2-b^2} =$$

kbsglarus

Division Aufgabe g)

S. 68

$$\frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2} : (b - a) =$$

kbsglarus

Doppelbrüche

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{22}} = \frac{3}{4} : \frac{9}{22} = \frac{3}{4} \bullet \frac{22}{9} = \frac{3 \cdot 22}{4 \cdot 9} = \frac{1 \cdot 11}{2 \cdot 3} = \frac{11}{6}$$

Fazit: $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{22}} = \frac{3 \cdot 22}{4 \cdot 9} = \ldots.$

kbsglarus

Aufgabe

S. 71

g) $$\frac{\frac{2a+1}{ab}}{\frac{4a^2+2a}{b^2}}$$

kbsglarus

Aufgabe

S. 71

h) $$\frac{\frac{a}{a-1}+\frac{a}{a+3}}{\frac{a}{a+3}-\frac{a}{a+1}}$$

kbsglarus

Aufgabe

S. 72

i) $$\frac{a}{a - \dfrac{a}{1 + \dfrac{1}{a}}}$$

kbsglarus

Aufgabe

S. 72

j) $$\frac{1-\frac{a}{a+1}}{\frac{2a+2}{a^2-1}+1}$$

kbsglarus

Aufgabe 3.20 k), S. 86

k) $$\frac{\dfrac{\dfrac{a}{b} - \dfrac{b}{a}}{\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}}}{\dfrac{\dfrac{2}{3a} - 1}{1 - \dfrac{2}{3a}}}$$

kbsglarus

Aufgabe

S. 86

Aufgabe 3.20 (Seite 86)

i) $$\frac{a - \dfrac{2a}{2 - \dfrac{2}{a}}}{1 + \dfrac{1}{1 - \dfrac{2}{a+1}}}$$