Grundlagen

Kapitel 1

Mathematik

Paul Bischof

kbsglarus

Mengen

- Definition: bestimmte, unterscheidbare Objekte zu einem Ganzen
- Enthält Objekte → Elemente
- Teil einer Menge → Teilmenge
- Keine Elemente → leere Menge { }

kbsglarus

Mengenschreibweise, Elemente

- Aufzählende Form: $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$
- Beschreibende Form:
  - Formel: $B = \{ x \in IN_0 \mid x > 5 \wedge x \leq 10 \}$
    $(B = \{ 6, 7, 8, 9, 10 \})$
  - Text: C = alle geraden ganzen Zahlen
  - Mächtigkeit: $|A| = 21$ (Anzahl Elemente)
- Ein Element gehört zur Menge: $4 \in A$
- Ein Element gehört nicht zur Menge: $4 \notin A$
- Spezielle Mengen: G, D, (W,) L

kbsglarus

Beziehungen und Verknüpfungen

- Alle Elemente von A sind auch Elemente von B: $A \subset (\subseteq) B$
- Nicht alle Elemente von A sind auch Elemente von B: $A \not\subset B$
- Durchschnitt: $A \cap B$, gemeinsame Elemente (Schnittmenge)
- Vereinigung: $A \cup B$, alle Elemente von A und B, d. h. sie gehören zu A oder B oder beiden
- Differenz: $B \setminus A$, alle Elemente von B ausser jene, die auch zu A gehören

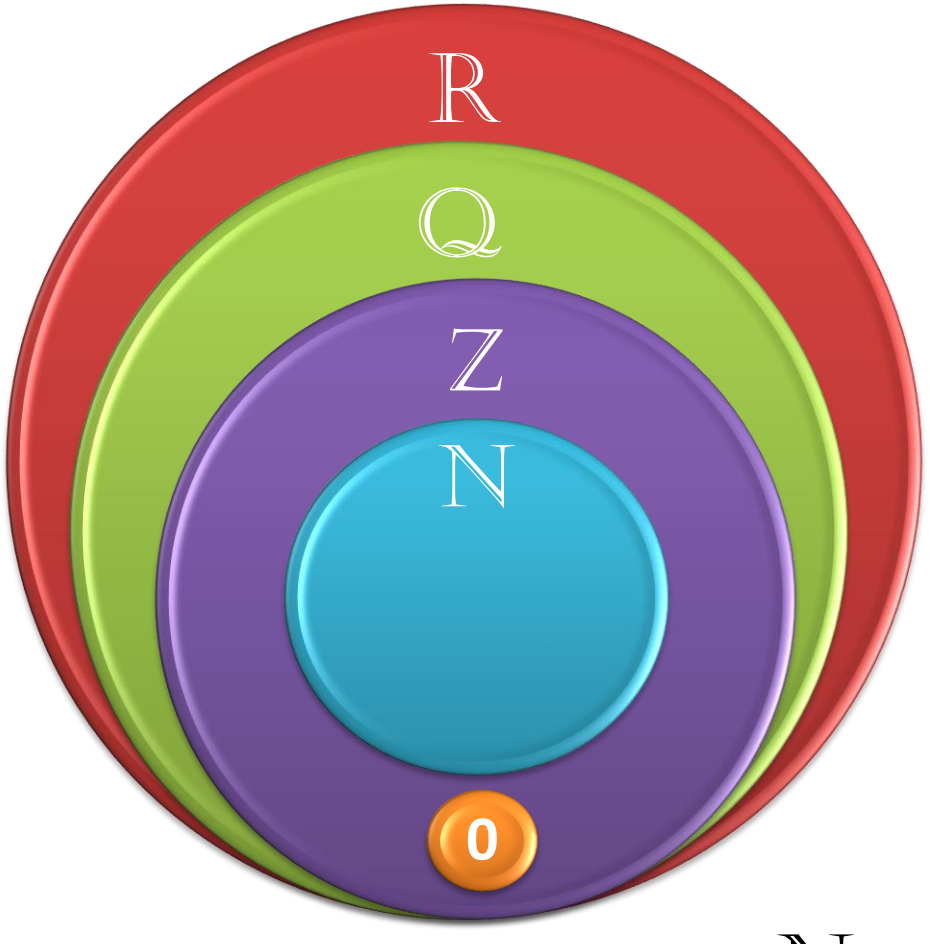
kbsglarus

Zahlenmengen

- *Definierte Mengen mit Doppelstrich!*
- Natürliche Zahlen: IN = { 1, 2, 3, 4, ……. }
  alle ganzzahligen Werte > 0
- Ganze Zahlen: $\mathbb{Z}$ = { …, -2,-1, 0, 1, 2, … }
  alle ganzzahligen Werte
- Rationale Zahlen: $\mathbb{Q}$ = { …, -2, … -1, …, 0, …, 1, …, 2, … }
  entstehen aus Division ganzer Zahlen (Brüche)
- Reelle Zahlen: $\mathbb{R}$ z. B. $\sqrt{2}, \sqrt[3]{7}, \pi$, …
  Menge $\mathbb{Q}$ erweitert um nichtrationale, unendliche Dezimalzahlen

kbsglarus

Zahlenmengen - Grafik



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

kbsglarus

Intervalle

- **Beschränkte Intervalle**
  Unterscheidung in abgeschlossen, halb-offen und offen
- **Unbeschränkte Intervalle**
  Unterscheidung in abgeschlossen und offen
- **Schreibweise**

Intervallschreibweise		Mengenschreibweise
Standard	Alternativ	(gleichbedeutend)
[a ; b]	(keine)	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$
(a ; b)	] a ; b [	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$
(a ; b]	] a ; b]	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$
[a ; b)	[a ; b [	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$

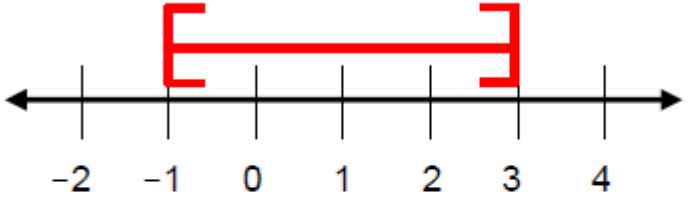
kbsglarus

Darstellung von Intervallen

Ohne Startpunkt:]→ bzw. ←[

Mit Startpunkt: [→ bzw. ←]

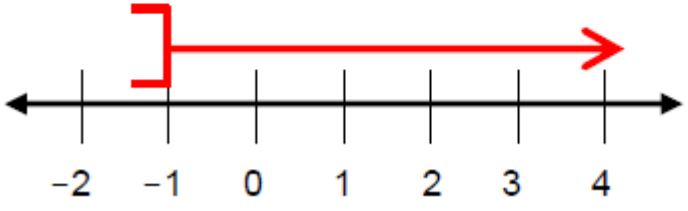
Beispiele (G = ℝ)



Beschränktes abgeschlossenes Intervall

Mengenschreibweise: $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 3\}$

Intervallschreibweise: $[-1\,;\,3]$



Unbeschränktes offenes Intervall

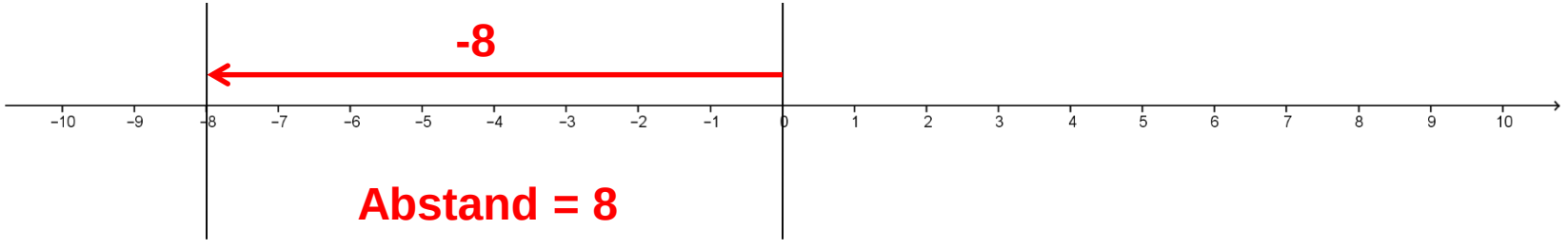
Mengenschreibweise: $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -1\}$

Intervallschreibweise: $(-1\,;\,\infty)$

kbsglarus

Betrag einer Zahl

- Zahl ohne Vorzeichen: |-8|= 8
- Abstand zum Nullpunkt des Zahlenstrahls:



kbsglarus

Operationen und Zeichen

- Grundoperationen: + - * /
- 2. Ebene: 2^3, 2^3, $2\uparrow 3$; $\sqrt[3]{27}$; $\log_{81}3$
- Vergleiche: $=, \neq, <, \leq, >, \geq, \cong (\approx), \equiv$
- Logik: $\wedge$ (und), $\vee$ (oder)
- Zahlzeichen: ∞, π
- Weitere: $|-3| = |3| = 3$

kbsglarus

Operationsebenen und Rechenhierarchie

	Hauptoperation	Umkehroperation	2. Umkehrung
2. Ebene	^ (↑)	√	log
1. Ebene	•	: (/)	
Grundebene	+	-	

Rechenhierarchie

KLAPOPS

Klammer
() []

→

2. Ebene
^ √ log

→

1. Ebene
• ÷

→

Grundebene
+ -

kbsglarus

Reihenfolge - Schreibweise

- Variablen vor Konstanten
- Variablen alphabetisch
- Alleinstehende Variablen vor zusammengesetzten (gleiche Variable)
- Bei gleichen Variablen nach absteigender Potenz

Beispiel:

$$14b\mathrm{a}^2 + 4a^2 + a^3 \cdot 2 + a^3 =$$