

MATHEMATIK

Lösungen

Name:

Vorname:

Nummer:

Aufgabe	Nr. 1 (a + b)	erreichte Punkte	(max. 3 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 2	erreichte Punkte	(max. 2 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 3	erreichte Punkte	(max. 2 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 4 (a + b)	erreichte Punkte	(max. 3 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 5	erreichte Punkte	(max. 2 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 6 (a + b)	erreichte Punkte	(max. 3 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 7 (a – d)	erreichte Punkte	(max. 2 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 8 (a - f)	erreichte Punkte	(max. 4 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 9	erreichte Punkte	(max. 2 Pkt.)

Gesamtpunktzahl Total (max. 23 Pkt.)

Note

Die Experten: 1.

2.

MATHEMATIK

Rahmenbedingungen: **Lösungen** (mit Korrekturvorschlag)

- Zeit: 60 Minuten.
- Das Benutzen eines Taschenrechners ist erlaubt.
- Nicht erlaubt sind CAS – Taschenrechner oder programmierbare Taschenrechner.
- Die Aufgaben können in beliebiger Reihenfolge gelöst werden.
- Der Lösungsweg muss ersichtlich sein. Bei fehlendem Lösungsweg werden keine Punkte zugeordnet.
- Die Resultate müssen doppelt unterstrichen, bzw. die Fragen mit einem Satz beantworten werden.
- Nicht erlaubt ist das Schreiben der Prüfung mit Bleistift.

1. a) Vereinfachen Sie den nachfolgenden Term soweit als möglich. (1,5 Punkt)

$$\frac{270}{x-y} \cdot \frac{2yx^3 - 2xy^3}{126xy} \quad \frac{3^3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot x \cdot y \cdot (x+y) \cdot (x-y)}{(x-y) \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot x \cdot y}$$

$$\frac{15 \cdot (x+y)}{7}$$

- richtig ausklammern 0.5 Punkte
- Binom anwenden 0.5 Punkte
- richtig kürzen 0.5 Punkte

1. b) Berechnen Sie den Term und geben Sie das Resultat in der „wissenschaftlichen Schreibweise“ an. (1,5 Punkt)

$$\left(\frac{2.5 \cdot 10^5}{0.28 \cdot \frac{5}{6} - 0.005} \cdot 1.12 \cdot 10^{-3} - 74.27737 \right) \cdot 2^4 \div \frac{2^7}{3^2} \quad 1.296 \cdot 10^3$$

- richtige Lösung 1.0 Punkt
- wissenschaft. Schreibweise 0.5 Punkte

2. Nach einem Unterhaltungsabend des Tennisclubs kommen Sie stolz nach Hause und erzählen Ihren Eltern, dass Sie durch den Kauf von einigen Losen zu CHF 1.-- das Stück einen Reingewinn von CHF 275.-- erzielt haben. Sie hatten zwar 19 Nieten (kein Gewinn) gezogen, aber auch einige Lose, die jeweils eine Auszahlung von CHF 50.-- einbrachten. Sie möchten nun die mathematischen Fähigkeiten Ihrer Eltern testen und fragen sie, wie gross die Anzahl der ursprünglich gekauften Lose war. Welche Zahl geben Ihre Eltern als Antwort? (2 Punkte)

x sei Anzahl gekaufte Lose

$$(x - 19) \cdot 50 - x \cdot 1 = 275 \quad x = 25$$

Sie hatten ursprünglich 25 Lose gekauft.

Mit Gleichung:

- Variabel bestimmt und Gleichung – 1 Punkt
- Gleichung lösen und Antwort – 1 Punkt

3. Lösen Sie unten stehende Gleichung nach der Variablen x auf. Runden Sie das Resultat auf 3 Stellen nach dem Komma. (2 Punkte)

$$\frac{0.5 + x}{2} - 3.5 = \frac{3.5 - x}{0.2} \quad / * (0.4)$$

$$(0.2) \cdot (0.5 + x) - (0.4) \cdot 3.5 = 2 \cdot (3.5 - x)$$

$$0.1 + 0.2 \cdot x - 1.4 = 7 - 2 \cdot x$$

$$2.2 \cdot x = 8.3$$

$$x = 3.7727272727272727$$

$$x = 3.773 \quad \text{gerundetes Resultat}$$

- 1 Fehler – 1.0 Punkte
 - 2 Fehler – 0.5 Punkte
 - 3 Fehler – 0.0 Punkte

4. Sie planen Ihr Klassen-Skilager und wollen dazu die ungefähren Gesamtkosten berechnen. Letztes Jahr haben 26 Lernende teilgenommen. Das Lager dauerte 6 Tage und kostete insgesamt CHF 6 942.--. (3 Punkte)

- a) Wie hoch werden die Gesamtkosten in diesem Jahr ausfallen, wenn nur 19 Lernende teilnehmen und das Skilager 5 Tage dauert? Runden Sie die berechneten Gesamtkosten auf ganze CHF 100.

-Berechnung richtig – 1 Punkt
 -Runden / Antwort richtig – 0.5 Punkt

$$\frac{6942}{6 \cdot 26} \cdot 19 \cdot 5 = 4228 \quad \text{Gesamtkosten in diesem Jahr (gerundet) CHF 4 200}$$

Die Sportbahnen am Lagerort haben die Sesselbahn, an der man früher lange anstehen musste, erneuert. Bis anhin wurden während 7 Stunden am Tag mit einem Zweiersessellift total 14 140 Personen befördert.

- a) Bei der erneuerten Bahn wurden die Zweiersessel durch **Dreiersessel** ersetzt. Sie fährt jetzt neu mit 25 km/h statt wie vorher mit 15 km/h. Wie viele Personen werden jetzt an einem Tag hochgefahren, wenn die Betriebszeit zudem um eine halbe Stunde pro Tag verlängert wird?

$$\begin{array}{l} \text{Sesselfaktor (von 2 auf 3)} \quad \quad \quad 3 / 2 \\ \text{Geschwindigkeitsfaktor (von 15 auf 25)} \quad 25 / 15 = 5 / 3 \\ \text{Betriebszeitenfaktor (von 7 auf 7.5)} \quad 7.5 / 7 = 15 / 14 \end{array}$$

$$14140 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{15}{14} = 37875 \quad \text{Pro Tag werden neu 37 875 Personen transportiert}$$

-Faktoren richtige eingesetzt – 1 Punkt
 -Resultat / Antwort richtig - 0.5 Punkt

5. Vereinfachen Sie soweit als möglich.

(2 Punkte)

$$\frac{-y}{x \cdot (x+y)} + \frac{x}{y \cdot (x+y)} - \frac{x-y}{2 \cdot x \cdot y} \quad \text{kgV} = 2xy(x+y)$$

$$\frac{(-y) \cdot 2 \cdot y + x \cdot 2 \cdot x - (x-y) \cdot (x+y)}{2 \cdot x \cdot y \cdot (x+y)}$$

$$\frac{-2 \cdot y^2 + 2 \cdot x^2 - x^2 + y^2}{2 \cdot x \cdot y \cdot (x+y)}$$

$$\frac{x^2 - y^2}{2 \cdot x \cdot y \cdot (x+y)} = \frac{x-y}{2 \cdot x \cdot y}$$

- kgV richtig - 0.5 Punkte
- richtig erweitert - 0.5 Punkte
- Zähler richtig zusammenfassen - 0.5 Punkte
- richtig kürzen - 0.5 Punkte

6. Die Internetfirma **topmedia.ch** kauft bei einem Softwarelieferanten 150 Spielkonsolen des Typs Nintendo Wii ein und legt den Verkaufspreis auf CHF 220.-- pro Stück fest. Damit erzielt die Firma einen Gewinn von 25 %. Nachdem die Firma 110 Konsolen verkauft hat, geht die Nachfrage zurück. Der Geschäftsführer von **topmedia.ch** beschliesst, den Gewinn für die restlichen Stücke auf 5 % zu reduzieren.

(3 Punkte)

a) Wie viele Franken Gewinn macht die Firma **topmedia.ch** an allen 150 Konsolen?

a) Einkaufspreis $\frac{220 \cdot 100}{125} = 176$ Gewinn pro Stück: CHF 44.

Gewinn pro Stück bei 5 % Marge: $\frac{176 \cdot 5}{100} = 8.80$

- Einkaufspreis richtig 0.5 Punkte
- Gewinn bei 25 % richtig 0.5 Punkte
- Gewinn bei 5 % richtig 0.5 Punkte

Die Firma gewinnt insgesamt: $110 \cdot 44 + 40 \cdot 8.80 = 5192$

-Gewinn total in Fr. 0.5 Punkt

b) Wie viele % beträgt der Gewinn für alle verkauften Konsolen (Resultat auf zwei Kommastellen)?

b) Einkaufspreis insgesamt: $150 \cdot 176 = 26400$

Verkaufserlös insgesamt: $26400 + 5192 = 31592$

Gewinnmarge insgesamt: $\frac{31592 \cdot 100}{26400} = 119.6667$

-Einkauf+Verkauf richtig 0.5 Punkte

Die gesamte Gewinnmarge beträgt 19 2/3 %

-Gewinn (2 Stellen) richtig 0.5 Punkte

7. Sind die nachfolgenden Termumformungen wahr oder falsch? Kreuzen Sie an.

(2 Punkte)

a) $\frac{3 \cdot b^3}{28 \cdot c} \cdot \frac{14 \cdot c^2}{(3 \cdot b)^3} = \frac{c}{2 \cdot 3^2}$ wahr falsch

b) $\frac{5}{x} - \frac{3}{y} = \frac{2}{x-y}$ wahr falsch

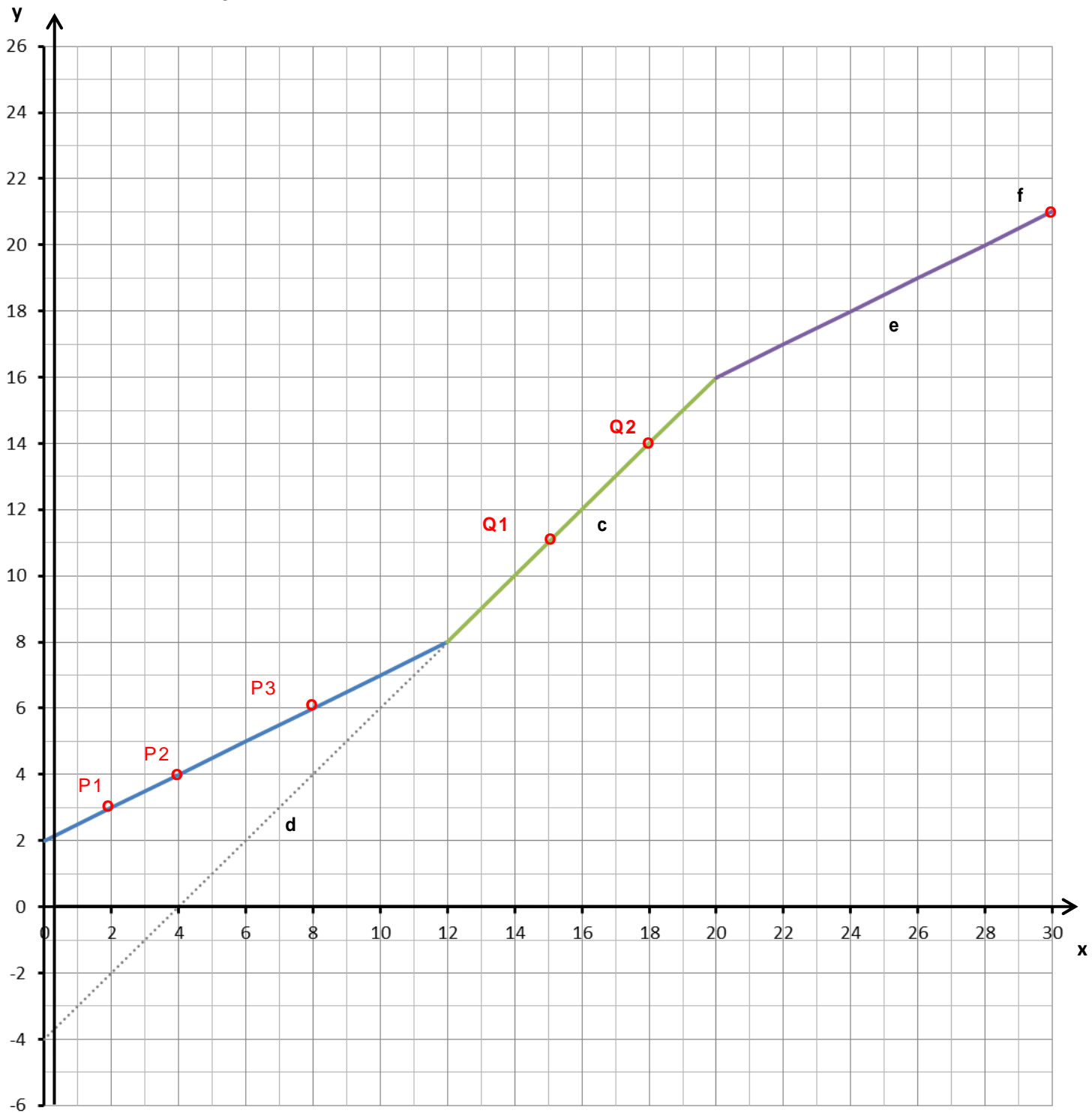
c) $\frac{10^{-8}}{10^3} \cdot (-10^3)^4 \cdot y^2 = 10 \cdot y^2$ wahr falsch

d) $\sqrt{\frac{9 \cdot a^2}{4}} - \sqrt{\frac{a^2}{16}} = \frac{5 \cdot a}{4}$ wahr falsch

-Jede richtige Antwort – 0.5 Punkte

8. Im nachfolgenden Diagramm sehen Sie eine lineare Entwicklung, welche später zweimal einen Knick erfährt. Der erste Teil der linearen Entwicklung ist bereits eingezeichnet.

(4 Punkte)



- a) Notieren Sie **zwei** frei wählbare Punkte auf der sichtbaren Linie. Geben Sie jeweils die x- und y-Koordinaten an. Zeichnen Sie die Punkte im Diagramm ein.

Zum Beispiel: P1 (2 / 3) , P2 (4 / 4) und P3 (8 / 6) und etc. -2 Punkte richtig – 0.5 Punkt

- b) Beschreiben Sie die Linie der linearen Entwicklung mit einer Gleichung ($y = ax + b$).

$$y = 0.5 \cdot x + 2$$

-Gleichung (a resp. b) richtig – 1 Punkt

Bei $x = 12$ erfährt die Linie ihren ersten Knick. Bis $x = 20$ hat die Linie eine andere Steigung. Die Linie verläuft jetzt durch die Punkte $Q_1 (15 / 11)$ und $Q_2 (18 / 14)$.

- c) Zeichnen Sie die Linie auf dem Diagramm Seite 6 im Bereich $x = 12$ bis $x = 20$ weiter.

Siehe grüne Linie im Diagramm Seite 6

-Punkte übertragen u. Linie zeichnen – 0.5 Punkte

- a) Verlängern Sie die Gerade im Bereich $x = 12$ und $x = 20$ nach links bis zum Schnittpunkt mit der y -Achse. Beschreiben Sie nun die Gleichung dieser Geraden.

$$y = x - 4$$

-Gleichung (a resp. b) richtig – 1 Punkt

Bei $x = 20$ erfolgt der nächste Knick. Die Linie verläuft jetzt **parallel** zum ersten Abschnitt.

- b) Zeichnen Sie die Linie auf dem Diagramm Seite 6 im Bereich $x = 20$ bis $x = 30$ ein.

Siehe violette Linie im Diagramm Seite 6

-Linie (Gerade) richtig – 0.5 Punkte

- c) Wie heisst die y -Koordinate bei $x = 30$? Bestimmen Sie diese durch Ablesen.

$$y = 21$$

-Koordinate richtig – 0.5 Punkte

9. In einer Klasse mit insgesamt 20 Lernenden sollen 5 Lerngruppen gebildet werden. Die zuständige Klassenlehrperson wählt Sie und vier weitere Klassenmitglieder aus, welche für jeweils eine Lerngruppe verantwortlich sind. Sie müssen nun Ihre drei Gruppenmitglieder bestimmen. Wie viele Möglichkeiten haben Sie, Ihre Gruppe zusammenzustellen, wenn Sie als Erster Ihre Gruppe zusammenstellen können und dabei Ihre/n beste/n Freund/in schon gesetzt haben? **(2 Punkte)**

Fünf Lernende (Lerngruppenchefs) und der beste Freund/in sind befest bestimmt . Also insgesamt 6 Lernende.

Es stehen somit noch 14 Lernende für die Besetzung der restlichen beiden Lerngruppenmitglieder zur Verfügung.

(5 + 6 + 7 + (8 - 20) also 13 Möglichkeiten

(5 + 6 + 8 + (9 - 20) also 12 Möglichkeiten

-Erkennbare Systematik / Strukturaufbau – 1.0 Punkte

(1 + 2 + 9 + (10 - 20) also 11 Möglichkeiten

Total Möglichkeiten: $13 + 12 + 11 + 10 + 9 + \dots = 91$

oder
$$\frac{n \cdot (n + 1)}{2} = \frac{13 \cdot (13 + 1)}{2} = 91$$

-Richtige Lösung / Antwort – 1.0 Punkte

Es bestehen insgesamt 91 Möglichkeiten.