

# MATHEMATIK

Name: **Lösungen**

Vorname: .....

Nummer: .....

Aufgabe	Nr. 1	erreichte Punkte	.....	(max. 2 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 2	erreichte Punkte	.....	(max. 2 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 3	erreichte Punkte	.....	(max. 4 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 4	erreichte Punkte	.....	(max. 2 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 5	erreichte Punkte	.....	(max. 3 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 6	erreichte Punkte	.....	(max. 2 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 7	erreichte Punkte	.....	(max. 5 Pkt.)
Aufgabe	Nr. 8	erreichte Punkte	.....	(max. 4 Pkt.)

**Gesamtpunktzahl** Total ..... (max. 24 Pkt.)

**Note**

Die Experten: 1. ....

2. ....

# MATHEMATIK

## Rahmenbedingungen:

- Zeit: 60 Minuten.
- Das Benutzen eines Taschenrechners ist erlaubt.
- Nicht erlaubt sind CAS – Taschenrechner oder programmierbare Taschenrechner.
- Die Aufgaben können in beliebiger Reihenfolge gelöst werden.
- Der Lösungsweg muss ersichtlich sein. Bei fehlendem Lösungsweg werden keine Punkte zugeordnet.
- Die Resultate müssen doppelt unterstrichen, bzw. die Fragen mit einem Satz beantworten werden.
- Nicht erlaubt ist das Schreiben der Prüfung mit Bleistift.

1. Lösen Sie die Klammern auf und vereinfachen Sie den Term soweit als möglich. (2 Punkte)

$$(-a) \cdot (3 \cdot a \cdot b - 2 \cdot b) + (a - b)^2 - (a + 2 \cdot b) \cdot (a - b) =$$

$$-3 \cdot a^2 \cdot b + 2 \cdot a \cdot b + a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 - (a^2 - a \cdot b + 2 \cdot a \cdot b - 2 \cdot b^2) = \blacksquare$$

$$-3 \cdot a^2 \cdot b + 2 \cdot a \cdot b + a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 - a^2 + a \cdot b - 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b^2 = \blacksquare$$

$$-3 \cdot a^2 \cdot b - a \cdot b + 3 \cdot b^2$$

1 Fehler = 1 Punkt, 2 Fehler = 0 Punkte

2. Der Manager des Hotels „Panorama Resort & Spa“ in Feusisberg fragte Köbi Kuhn an, wie gross die Schweizer Delegation (alle Spieler, Trainer und Betreuer) im Trainingslager für die EURO 08 im Mai sein werde. Der Schweizer Nationalcoach antwortete: „Wenn Sie unsere Anzahl zweimal rechnen und dann noch die Hälfte von uns und dann noch ein Viertel von uns hinzurechnen und zu guter Letzt sich selbst auch noch hinzufügen, dann sind wir genau Hundert.“ (2 Punkte)

Mit wie vielen Personen muss der Hotelmanager rechnen?

x = Anzahl Personen (Delegation)

$$2 \cdot x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100 \quad / \cdot 4$$

$$8 \cdot x + 2 \cdot x + x + 4 = 400 \quad / -4$$

$$11 \cdot x = 396 \quad / 11$$

$$x = 36 \quad \text{Der Manager muss mit 36 Personen rechnen.}$$

Unbekannte  
und Gleichung  
1 Punkt

Lösung und  
Antwort  
1 Punkt

Auch andere  
Lösungswege sind  
möglich / toleriert!

3. Im folgenden Rechteck finden Sie 8 Terme. Diese stellen drei verschiedene Werte dar. (4 Punkte)

a) Vereinfachen Sie die Terme so weit als möglich und kreise die Terme mit dem gleichen Wert mit gleicher Farbe ein.

Total 2 Punkte: 3 Gruppen richtig 2 Punkte, 2 Gruppen richtig 1 Punkte, 1 Gruppe richtig 0.5 Punkte, keine Gruppe richtig 0 Punkte

b) Geben Sie die drei vereinfachten Werte an.

Werte 1:  $\frac{1}{3}$  Wert 2:  $\frac{2}{3 \cdot x}$  Wert 3:  $\frac{4}{3 \cdot x^2}$

3 richtig 1 Punkt, 2 und 1 richtig 1/2 Punkte, 0 richtige 0 Punkte

c) Die drei Werte bilden den Anfang einer regelmässigen Folge. Welcher Gesetzmässigkeit unterliegen sie?

Faktor =  $\frac{2}{x}$  1 Punkt

4. Der Lebensmittelvorrat der Segeljacht „Oracle“ mit insgesamt 24 Mann Besatzung ist für 20 Tage ausgelegt. (3 Punkte)

a) Wie lange kann die „Oracle“ auf hoher See bleiben, wenn nur 16 Mann an Bord sind?

Insgesamt Anzahl MannTage:  $24 \times 20 = 480$  MannTage  
Anzahl Tage für nur 16 Mann:  $480 \text{ MannTage} : 16 \text{ Mann} = 30$  Tage

Die Oracle kann mit 16 Mann während 30 Tagen auf See bleiben. (1 Punkt)

b) Wie lange kann die Segeljacht „Oracle“ insgesamt auf hoher See bleiben, wenn diese mit 18 Mann an Bord ausläuft und nach 10 Tagen 6 Männer an Bord kommen?

Insgesamt Anzahl MannTage:  $24 \times 20 = 480$  MannTage

Vorrat für 1 Mann alleine:  $24 \times 20 = 480$  Tage ---- Leistung =  $1/480$

Verbrauch für 18 Mann und 10 Tage:  $1/480 \times 18 \times 10 = 0.375$

Rest:  $1 - 0.375 = 0.625$

Verbrauch für 24 Mann während t Tagen:  $0.625 = 1/480 \times 24 \times t$   
 $t = 12.5$

Insgesamt kann die Jacht während 22.5 Tagen auf See bleiben. (1 Punkt)

5. Die Tageszeitung „Südostschweiz“ erscheint an 304 Werktagen im Jahr, (3 Punkte)  
davon 52-mal an einem Samstag. Die Zeitung wird zu folgenden Preisen  
inkl. Mehrwertsteuer am Kiosk verkauft: Montag – Freitag: Fr. 2.20 und  
am Samstag zu Fr. 2.60.

- a) Wie viel kostet die Zeitung im Jahr, wenn diese stets am Kiosk gekauft  
wird?

Total erscheint die Zeitung 304 mal		
Samstag:	52 x Fr. 2.60 =	Fr. 135.20
Mo - Fr. :	252 x Fr. 2.20 =	Fr. 554.40
Total Kauf am Kiosk im Jahr:		Fr. 689.60

1 Punkt

- b) Ein Jahresabonnement dieser Zeitung kostet Fr. 268.-- inklusive Mehr-  
wertsteuer von 2.4 %. Wie viele Prozent (auf 2 Stellen gerundet)  
spart man gegenüber dem Einzelkauf am Kiosk?

Kosten bei Einzelkauf:	Fr. 689.60
Kosten eines Abo	Fr. 268.--
Kosteneinsparungen	Fr. 421.60
Kosteneinsparung in %	$\frac{100 \cdot 421.60}{689.60} = 61.14 \cdot \%$

1 Punkt

- c) Der Zeitungsverlag gewährt den Abonnenten, welche sich das Jahres-  
abonnement direkt vom Privatkonto abbuchen lassen eine Preis-  
minderung von 4 % auf den Verkaufspreis ohne Mehrwertsteuer.  
Berechnen Sie den Betrag in Franken und auf 5 Rappen gerundet, der  
bei einmaliger Abbuchung vom Konto erfolgt.

Kosteneinsparung in %	$\frac{100 \cdot 421.60}{689.60} = 61.14 \cdot \%$
Abzug MWST:	$\frac{268 \cdot 100 \cdot \%}{102.4 \cdot \%} = 261.72$
Abzug Preisminderung:	$261.72 - \frac{261.72 \cdot 4 \cdot \%}{100 \cdot \%} = 251.25$
Inkl. MWST:	$251.25 \cdot 1.024 = 257.28$
Abbuchung Fr. 257.30	

1 Punkt

6. Lösen Sie die Gleichung nach der Variablen x auf.

(2 Punkte)

$$3 \cdot (x - 8) + 1 = \frac{x}{4} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) + x$$

$$\begin{aligned} 3 \cdot x - 24 + 1 &= \frac{x}{4} \cdot \left( \frac{3}{6} - \frac{1}{6} \right) + x && / - x \\ 2 \cdot x - 23 &= \frac{x}{4} \cdot \frac{2}{6} && / * 12 \\ 24 \cdot x - 276 &= x && / - x \text{ und } + 276 \\ 23 \cdot x &= 276 && / : 23 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

0 Fehler 2 Punkte  
1 Fehler 1 Punkt  
ab 2 Fehler 0 Punkte

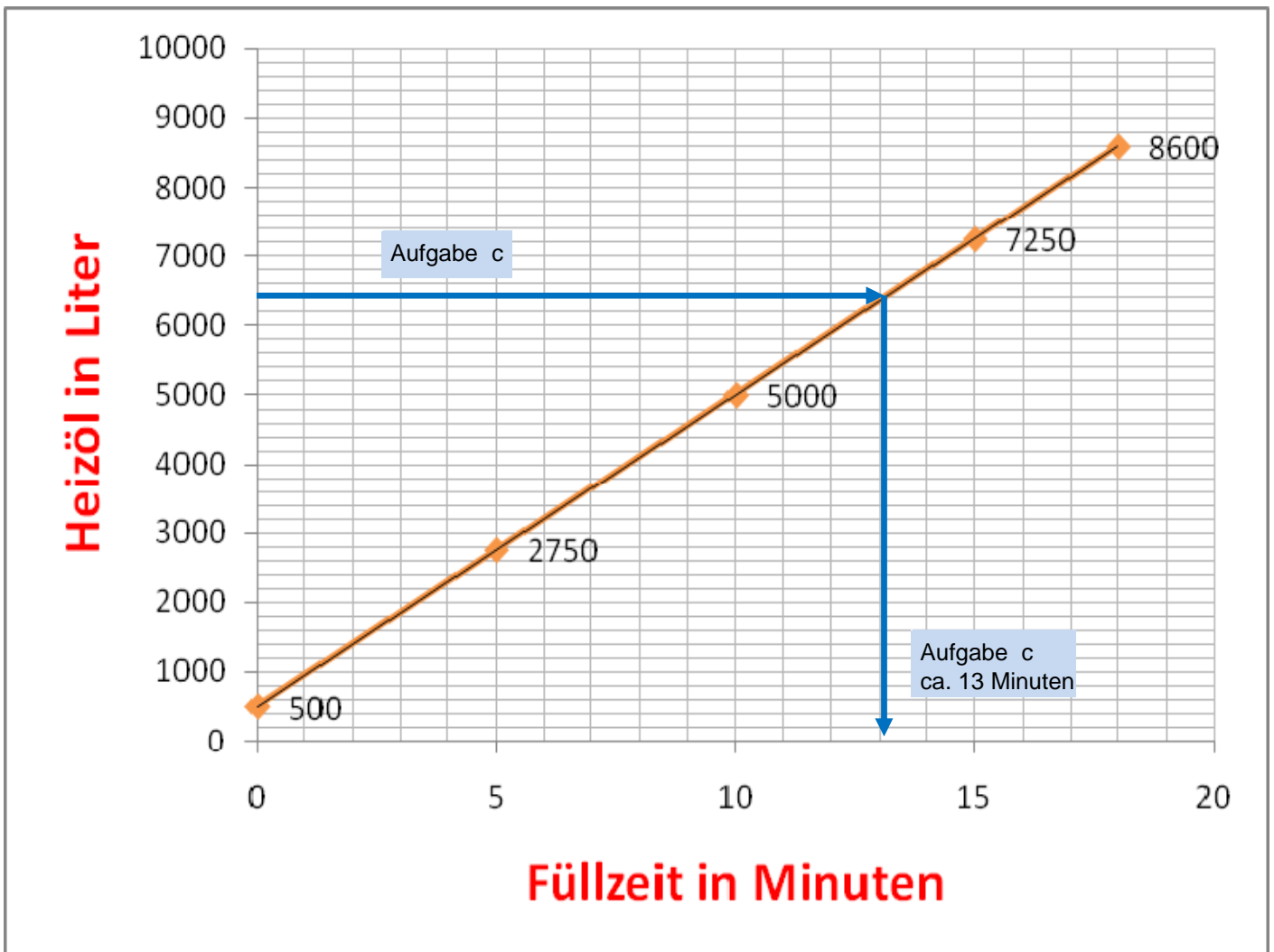
7. In einem Öltank befinden sich noch 500 Liter Heizöl. Beim Auffüllen werden pro Minute 450 Liter Heizöl in den Tank gepumpt. (5 Punkte)

a) Vervollständigen Sie die nachfolgende Tabelle. 1 Punkt

<b>Zeit in Minuten</b>	0	5	10	15	18
<b>Heizöl in Liter</b>	500	2 750	5 000	7 250	8 600

Je richtige Antwort ¼ Punkt

- b) Tragen Sie die Wertepaare in unten stehendes Koordinatensystem ein. Verbinden Sie die Punkte. Wählen Sie eine geeignete Skalierung und beschriften Sie die Achsen. 2 Punkte



Achsenbeschriftung ½ Punkt, Skalierung ½ Punkt, Wertepaare und Linie 1 Punkt

- c) Ermitteln Sie grafisch durch Einzeichnen im Diagramm nach wie vielen Minuten sich im Tank total 6 400 Liter Heizöl befinden. 1 Punkt

ca. 13.1 Minuten

- d) Die Heizölpreise sind abhängig vom Lieferumfang. Berechnen Sie den Kaufpreis (auf 5 Rappen genau) für 7 840 Liter Heizöl mittels der unten angegebenen Offerte. 1 Punkt

Liefermenge in Liter	Preis in Fr. pro 100 Liter
3 000 – 6 000	96.58
6 001 – 9 000	95.23
9 001 – 14 000	94.32
14 001 – 20 000	93.02

Kaufpreis für 7 840 Liter Heizöl  
 $78.40 \times 95.23 = 7\,466.032$   
 Kaufpreis Fr. 7 466.05

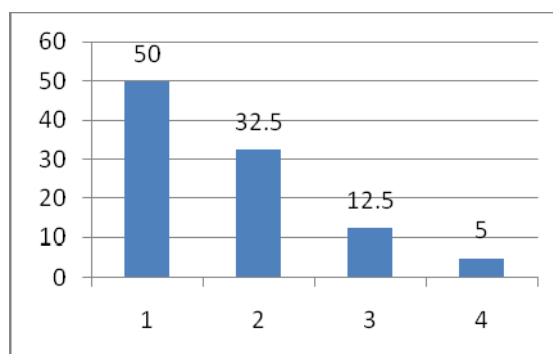
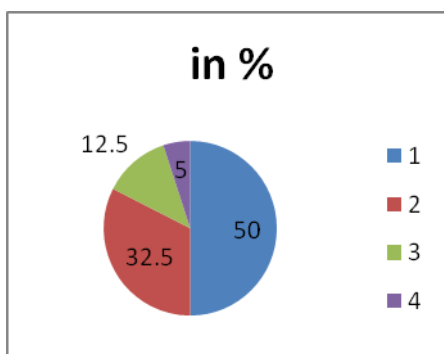
8. Bei einer Umfrage werden 40 von 650 Schülern verschiedener Klassenstufen einer Primarschule befragt, wie viele Sportarten sie betreiben. Die Befragten gaben folgende Angaben: (4 Punkte)

1 2 1 2 1 3 2 1 3 2 2 1 1 1 1 2 2 1 2 2  
 3 2 1 1 1 4 2 1 2 1 1 3 1 3 1 4 1 1 1 2

- a) Ergänzen Sie die unten stehende Tabelle mit der Anzahl Schüler. Berechnen Sie anschliessend den prozentualen Anteil gemessen an der Anzahl an der Umfrage beteiligter Schüler (auf 1 Kommastelle). 1 Punkt

Anzahl der Sportarten	Absolute Häufigkeit	Relative Häufigkeit
1	20	$20/40 = 0.5$ 50.0 %
2	13	$13/40 = 0.325$ 32.5 %
3	5	$5/40 = 0.125$ 12.5 %
4	2	$2/40 = 0.050$ 5.0 %

- b) Skizzieren Sie die prozentualen Schüleranteile in einem sinnvollen und einfachen Diagramm. 1 Punkt



Skizzen: sinnvoll und einfache Diagramme mit notwendiger Beschriftung.

- c) Wie viele Sportarten betreiben die befragten Schüler im Durchschnitt? 1 Punkt

$$\frac{20 \cdot 1 + 13 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4}{40} = 1.725$$

Im Durchschnitt betreiben die befragten Schüler 1.725 Sportarten,

- d) Ermitteln Sie mit Hilfe des Umfrageergebnisses, wie viele der 650 Primarschüler vermutlich mehr als zwei Sportarten betreiben. 1 Punkt

7 Schüler betreiben mehr als 2 Sportarten (5 + 2).

7 Schüler betreiben mehr als 2 Sportarten (5 + 2).

Dies entspricht:  $\frac{7 \cdot 100}{40} = 17.5\%$

Wir berechnen 17.5 % von 650 Schüler:  $\frac{650 \cdot 17.5}{100} = 113.75$

Vermutlich betreiben 114 der 650 Schüler mehr als zwei Sportarten.