

Algebra in Q

Addition und Subtraktion (S. 76/77)

Berechne die folgenden Summen und Differenzen:

1. a) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$ b) $\frac{7}{8} - \frac{3}{5} + \frac{1}{5}$ c) $-\frac{3}{11} + \frac{7}{11} - \frac{5}{11}$ d) $\frac{2^9}{3} - \frac{2^3}{3}$
 e) $\frac{5}{10} - \frac{6}{10}$ f) $\frac{5}{7} + \frac{3}{7} - \frac{6}{7}$ g) $\frac{2}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10}$ h) $12\frac{3}{5} - 4\frac{1}{3}$
2. a) $\frac{a}{3} + \frac{b}{3}$ b) $\frac{6}{a} - \frac{5}{a}$ c) $\frac{4a}{5x} - \frac{5a}{5x}$ d) $-\frac{3a}{5} - \frac{a}{5}$
 e) $\frac{9}{2x-1} - \frac{3}{2x-1}$ f) $\frac{3a+2b}{2x-3} - \frac{3a-2b}{2x-3}$ g) $\frac{3a+2b}{a^2-b^2} - \frac{2a+b}{(a+b)(a-b)}$
3. a) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4}$ b) $\frac{x}{3} + \frac{y}{4}$ c) $\frac{a}{2} - \frac{b}{5}$ d) $\frac{2a}{3} + \frac{3b}{4}$
 e) $\frac{a-b}{2} + \frac{a-b}{3}$ f) $\frac{x-1}{5} - \frac{x-2}{3} + \frac{x}{15}$ g) $\frac{7a-3b}{2} + \frac{9a+2b}{3} - \frac{5a-b}{6}$
4. a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ b) $\frac{1}{r} - \frac{1}{s} + \frac{1}{t}$ c) $\frac{3}{4a} - \frac{4}{5a}$ d) $\frac{5}{z} - \frac{7}{3z} - \frac{8}{5z}$
 e) $\frac{2x+1}{a} - \frac{2x+3}{b}$ f) $\frac{2}{a} + \frac{4}{a+b}$ g) $\frac{5}{a} - \frac{3}{a-b}$ h) $\frac{m+n}{m} - \frac{m-n}{n}$
5. a) $\frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1}$ b) $\frac{a}{a+b} - \frac{a}{a-b}$ c) $a + \frac{a^2}{a-b}$
 d) $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$ e) $\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}$ f) $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+2} - \frac{3}{x+3}$
6. a) $\frac{x-3}{x-1} + \frac{x-1}{x+2} + \frac{x+1}{(x-1)(x+2)}$ b) $\frac{5a}{a+b} - \frac{1}{a^2-b^2} + \frac{2b}{a-b}$
 c) $\frac{x}{x^2-y^2} - \frac{1}{x+y} + \frac{x}{x^2-2xy+y^2}$ d) $\frac{1}{a+1} - \frac{2}{a^2-1} + \frac{3}{(a+1)^2}$
7. a) $\frac{7-x}{x-5} - \frac{3}{5-x}$ b) $\frac{1}{a-b} - \frac{1}{b-a}$ c) $\frac{4a+b}{3a+3b} - \frac{a+b}{4a+4b}$
 d) $\frac{3b}{a^2-b^2} - \frac{1}{ab-b^2}$ e) $\frac{2x-y}{45x+12y} - \frac{x+y}{30x+8y}$ f) $\frac{x}{2(x-3)} - \frac{x^2}{x^2-4x+3}$

Multiplikation (S.80)

6. a) $(\frac{2}{5})^2$ b) $(\frac{1}{3})^2$ c) $(-\frac{1}{2})^2$ d) $(-\frac{2}{3})^2$ e) $(-\frac{2}{3})^3$ f) $-(\frac{1}{5})^2$
 g) $(-\frac{1}{5})^2$ h) $(\frac{2}{4})^3$ i) $(\frac{5}{3})^2$ j) $(2\frac{1}{2})^2$ k) $(-4\frac{1}{6})^2$ l) $(\frac{7}{8})^4$

7. a) $\frac{3}{a} \cdot \frac{b}{2}$ b) $\frac{x}{y} \cdot \frac{5}{z}$ c) $\frac{3a}{10b} \cdot c$ d) $\frac{a}{6} \cdot \frac{b}{2}$ e) $\frac{a}{x} \cdot \frac{y}{b}$
 f) $\frac{a}{3} \cdot \frac{3}{a}$ g) $\frac{15ab}{4c} \cdot \frac{6c}{5b}$ h) $\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x}$ i) $\frac{3a^2b}{4c^2d} \cdot \frac{5bd}{6a}$ j) $\frac{7a}{9b} \cdot \frac{6bc}{25a}$

8. a) $(\frac{a}{2})^2 \cdot (\frac{3a}{5})^2$ b) $(\frac{3a}{2})^2$ c) $(\frac{4x}{3y})^2 \cdot \frac{6y}{5x}$ d) $(-\frac{a}{b})^2$ e) $\frac{3x}{y} \cdot (\frac{2x}{3y})^2$

9. a) $\frac{2}{a+b} \cdot \frac{a+b}{3}$ b) $(a-b) \cdot \frac{a^2}{ac-bc}$ c) $\frac{2a-1}{3} \cdot \frac{2a+1}{2}$
 d) $\frac{8(x+y)}{15(x-y)} \cdot (x^2-y^2)$ e) $\frac{x^2-1}{y^2-z^2} \cdot \frac{y+z}{x-1}$ f) $\frac{a-b}{a+b} \cdot \frac{a^2+ab}{a^2-b^2}$
 g) $\frac{8a}{x+y} \cdot \frac{5x+5y}{16a^2}$ h) $(x+3) \cdot \frac{a^2b}{x^2-9}$ i) $35a^2 \left(\frac{3x}{7a} - \frac{3y}{5a^2} \right)$
 j) $\frac{10a^2}{3b^2} \left(\frac{9b^2}{8a^2} - \frac{6b}{15a} + 3 \right)$ k) $\frac{x^2-4y^2}{9a^2-4} \cdot \frac{3a+2}{x-2y}$ l) $\frac{4x^2+4x+1}{4x^2+2x} \cdot \frac{2x}{2x-1}$

10. a) $\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3} \right) \cdot \left(\frac{4}{a} - \frac{6}{b} \right)$ b) $\left(\frac{a^2}{8} + \frac{a}{6} - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(\frac{24}{a^2} - \frac{9}{a} \right)$ c) $\left(\frac{a}{3} - \frac{b}{4} \right)^2$

Division (S. 82/83)

Berechne die folgenden Quotienten:

1. a) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ b) $(-\frac{1}{5}) : \frac{1}{4}$ c) $\frac{5}{11} : \frac{10}{11}$ d) $(-\frac{3}{8}) : (-\frac{3}{4})$ e) $2 : \frac{1}{3}$
 f) $1 : \frac{4}{9}$ g) $(-8) : \frac{8}{3}$ h) $7 : (-\frac{1}{7})$ i) $\frac{6}{7} : 3$ j) $(-\frac{3}{5}) : 4$
2. a) $\frac{3}{4} : 2\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2} : 2\frac{1}{3}$ c) $(-\frac{3}{10}) : 4\frac{1}{5}$ d) $(-\frac{3}{8}) : (-1\frac{3}{4})$ e) $4\frac{3}{5} : \frac{1}{10}$
 f) $2\frac{1}{2} : (-\frac{3}{5})$ g) $4 : 1\frac{1}{2}$ h) $(-15) : 7\frac{1}{2}$ i) $20 : 8\frac{4}{7}$ j) $6\frac{3}{5} : 2\frac{1}{2}$
3. a) $(3\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}) : \frac{2}{3}$ b) $3\frac{5}{7} : (2\frac{1}{21} + 1\frac{5}{14})$ c) $(4\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} : 3 - \frac{1}{2} : \frac{1}{3}) : 2\frac{5}{6}$
4. a) $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{6}}$ b) $\frac{\frac{6}{13}}{\frac{5}{13}}$ c) $\frac{\frac{28}{3}}{7}$ d) $\frac{11}{\frac{6}{11}}$ e) $\frac{7}{(-\frac{1}{7})}$ f) $\frac{\frac{48}{8}}{\frac{5}{9}}$
5. a) $\frac{3\frac{2}{3} + 7\frac{1}{3}}{8\frac{1}{2} - 5\frac{5}{6}}$ b) $\frac{2\frac{1}{7} - 4\frac{5}{6}}{4\frac{5}{6} + 2\frac{1}{7}}$ c) $\frac{(1\frac{5}{7} - \frac{2}{5}) \cdot (1\frac{5}{7} + \frac{2}{5})}{1\frac{5}{7} - \frac{2}{5}}$
 d) $\frac{16\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} : \frac{7}{15}}{10\frac{3}{2} : \frac{2}{3} - 1\frac{1}{4}}$ e) $\frac{(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}) : (\frac{1}{3} - \frac{1}{6})}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{3} : \frac{1}{5}}$ f) $\frac{(1\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}) : \frac{1}{10}}{(2\frac{1}{3} - 2\frac{1}{4}) \cdot (\frac{1}{3} + \frac{1}{4})}$
6. a) $\frac{1}{1+1}$ b) $\frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}$ c) $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}}$
7. a) $\frac{1}{3} : \frac{2}{a}$ b) $\frac{x}{2} : \frac{x}{4}$ c) $\frac{a}{2} : a$ d) $a : \frac{a}{2}$ e) $3 : \frac{a}{b}$
 f) $(-8) : (-\frac{2a}{5b})$ g) $81ab : \frac{9a}{7}$ h) $\frac{1}{x} : \frac{1}{y}$ i) $\frac{15x^2y}{6} : 3x$ j) $\frac{a^2}{b^2} : \frac{b}{a}$
8. a) $\frac{6}{(x+y)^2} : \frac{2}{x+y}$ b) $(a+b)^2 : \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ c) $\frac{2z}{x^2-y^2} : \frac{5}{x-y}$
 d) $\frac{16(a+b)^2}{3c} : (4a+4b)$ e) $\frac{4-y^2}{x^2-1} : \frac{2+y}{x-1}$ f) $\frac{a^2+3b^2}{a^2-2ab+b^2} : \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$
9. a) $(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}) : \frac{b}{d}$ b) $(\frac{a^2b^2}{4c^2} : ab) : \frac{1}{3c}$ c) $(\frac{3x^2}{4y^2} : \frac{6x}{9y}) : \frac{4x}{5y}$
 d) $(24xy + 30xz - 42yz) : \frac{6xyz}{5a}$ e) $(-\frac{15ab}{6xy} + \frac{5a^2b^2}{12x^2y^2} - \frac{25ab^2}{15xy^2}) : \frac{25ab}{3xy}$
10. a) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ b) $\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{y}}$ c) $\frac{a}{\frac{b}{c}}$ d) $\frac{\frac{a}{b}}{c}$ e) $\frac{x^2}{\frac{y}{x}}$
 f) $\frac{x}{x - \frac{x}{y}}$ g) $\frac{x^2}{x + \frac{1}{x}}$ h) $\frac{a + \frac{1}{b}}{a}$ i) $\frac{a}{a + \frac{1}{b}}$
11. a) $\frac{\frac{1}{x-y}}{\frac{1}{x^2-y^2}}$ b) $\frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}}$ c) $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$ d) $\frac{\frac{x}{y} + 1}{\frac{x}{y} - 1}$
 e) $\frac{a - \frac{1}{a}}{a + \frac{1}{a}}$ f) $\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$ g) $\frac{\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}}{\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b}}$ h) $\frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x+1}}}$

Lösungen Addition, Subtraktion und Multiplikation

5.3 Das Rechnen mit rationalen Zahlen

1. a) $\frac{2}{8}$ b) $\frac{19}{40}$ c) $-\frac{1}{11}$ d) $\frac{5}{3} = 2$ e) $-\frac{1}{10}$
 f) $\frac{2}{7}$ g) $\frac{3}{8}$ h) $8\frac{4}{13}$
2. a) $\frac{a+b}{3}$ b) $\frac{1}{a}$ c) $-\frac{a}{5x}$ d) $-\frac{4a}{5}$ e) $\frac{6}{2x-1}$
 f) $\frac{4b}{2x-3}$ g) $\frac{1}{a-b}$
3. a) $\frac{7x}{12}$ b) $\frac{4x+3y}{12}$ c) $\frac{5a-2b}{10}$ d) $\frac{8a+9b}{12}$
 e) $\frac{5a-5b}{6}$ f) $\frac{7-x}{15}$ g) $\frac{24a-4b}{6}$
4. a) $\frac{x+y}{xy}$ b) $\frac{st-rt+rs}{rst}$ c) $-\frac{1}{20a}$ d) $\frac{16}{15z}$
 e) $\frac{b(2x+1)-a(2x+3)}{ab}$ f) $\frac{6a+2b}{a(a+b)}$ g) $\frac{2a-5b}{a(a-b)}$ h) $\frac{2mn+n^2-m^2}{nm}$
5. a) $\frac{ax-a+bx+b}{(x+1)(x-1)}$ b) $-\frac{2ab}{(a+b)(a-b)}$ c) $\frac{2a^2-ab}{a-b}$
 d) $\frac{2(x^2+y^2)}{x^2-y^2}$ e) $\frac{4xy}{x^2-y^2}$ f) $\frac{6x+6}{(x-1)(x+2)(x+3)}$
6. a) $\frac{2x^2-2x-4}{(x-1)(x+2)}$ b) $\frac{5a^2-3ab+2b^2-1}{(a+b)(a-b)}$
 c) $\frac{x^2+2xy-y^2}{(x+y)(x-y)(x-y)}$ d) $\frac{a^2+a-6}{(a-1)(a+1)^2}$
7. a) $\frac{7-x}{x-3} - \frac{3}{5-x} = \frac{(7-x)(-1)}{(x-3)(-1)} - \frac{3}{5-x} = \frac{x-7}{5-x} - \frac{3}{5-x} = \frac{x-10}{5-x}$
 b) $\frac{2}{a-b}$
 c) $\frac{4a+b}{3a+3b} - \frac{a+b}{4a+4b} = \frac{4a+b}{3(a+b)} - \frac{a+b}{4(a+b)} = \frac{13a+b}{12(a+b)}$
 d) $\frac{2b^2-a-b}{(a+b)(a-b)b}$ e) $\frac{x-5y}{6(15x+4y)}$ f) $\frac{-x^2-x}{2(x-3)(x-1)}$

5.3.3 Der Körper der rationalen Zahlen

1. a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{7}$ d) $\frac{8}{15}$ e) $\frac{1}{6}$ f) $\frac{3}{4}$ g) $\frac{1}{2}$ h) $\frac{1}{72}$
 i) $\frac{3}{26}$ j) 1
2. a) $-\frac{27}{80}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $-\frac{3}{22}$ d) $\frac{27}{50}$ e) $\frac{1}{4}$ f) $-\frac{2}{3}$ g) $\frac{1}{24}$
3. a) $\frac{2}{4}$ b) $-\frac{14}{5}$ c) -1 d) $\frac{40}{27}$ e) $\frac{15}{12}$ f) $\frac{17}{4}$ g) $-\frac{24}{15}$
 h) $\frac{5}{4}$ i) $\frac{23}{5}$ j) $\frac{4}{5}$
4. a) $-\frac{23}{32}$ b) $-\frac{297}{20}$ c) $-\frac{525}{48}$ d) $\frac{205}{3}$ e) $-\frac{5512}{25}$
 f) $-\frac{15}{4}$ g) $-\frac{5301}{80}$ h) $\frac{7}{8}$ i) $\frac{64}{5}$
5. a) 4 b) $4\frac{1}{2}$ c) $\frac{71}{40}$ d) $5\frac{7}{15}$ e) $\frac{17}{24}$ f) $\frac{17}{60}$ g) $\frac{13}{60}$ h) $\frac{8}{9}$
6. a) $\frac{4}{25}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{4}{9}$ e) $-\frac{8}{27}$ f) $-\frac{1}{25}$ g) $\frac{1}{25}$ h) $\frac{27}{64}$
 i) $\frac{25}{9}$ j) $6\frac{1}{4}$ k) $\frac{625}{36}$ l) $\frac{2401}{4096}$
7. a) $\frac{3b}{2a}$ b) $\frac{5x}{y^2}$ c) $\frac{3ac}{10b}$ d) $\frac{ab}{12}$ e) $\frac{8y}{xb}$ f) 1 g) $\frac{9a}{2}$
 h) 1 i) $\frac{5ab^2}{8c^2}$ j) $\frac{14c}{75}$
8. a) $\frac{9a^4}{100}$ b) $\frac{9a^2}{4}$ c) $\frac{32x}{15y}$ d) $\frac{a^2}{b^2}$ e) $\frac{4x^2}{3y^3}$
9. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{a^2}{c}$ c) $\frac{4a^2-1}{6}$ d) $\frac{8(x+y)^2}{15}$ e) $\frac{x+1}{y-2}$ f) $\frac{a}{a+b}$ g) $\frac{5}{2a}$
 h) $\frac{a^2b}{x-3}$ i) $15ax-21y$ j) $\frac{15}{4} - \frac{4a}{3b} + \frac{10a^2}{b^2}$ k) $\frac{x+2y}{3a-2}$ l) $\frac{2x+1}{2x-1}$
10. a) $\frac{4b}{5a} - \frac{3a}{8}$ b) $\frac{3}{2} + \frac{7}{a} - \frac{a}{a^2} - \frac{9a}{8}$ c) $\frac{a^2}{9} - \frac{ab}{6} + \frac{b^2}{16}$

Lösungen Division

1. a) $\frac{2}{3}$ b) $-\frac{4}{5}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{2}$ e) 6 f) $\frac{9}{4}$

g) -3 h) -49 i) $\frac{2}{7}$ j) $-\frac{3}{20}$

2. a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{14}$ c) $-\frac{1}{14}$ d) $\frac{3}{14}$ e) 46 f) $-\frac{25}{6}$

g) $\frac{8}{3}$ h) -2 i) $\frac{7}{3}$ j) $\frac{66}{25}$

3. a) $5\frac{7}{8}$ b) $\frac{156}{173}$ c) $\frac{55}{102}$

4. a) $\frac{15}{8}$ b) $\frac{6}{5}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $24\frac{1}{5}$ e) -49 f) $8\frac{13}{40}$

5. a) $\frac{644}{145}$ b) $-\frac{113}{293}$ c) $3\frac{4}{35}$ d) $278\frac{4}{7}$ e) $-2\frac{1}{2}$ f) $226\frac{2}{7}$

6. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{5}$

7. a) $\frac{a}{6}$ b) 2 c) $\frac{1}{2}$ d) 2 e) $\frac{3b}{a}$ f) $\frac{20b}{a}$

g) 63b h) $\frac{y}{x}$ i) $\frac{5xy}{6}$ j) $\frac{a^3}{b^3}$

8. a) $\frac{3}{x+y}$ b) $\frac{(a+b)(a^2+b^2)}{a-b}$ c) $\frac{2z}{5(x+y)}$

d) $\frac{4(a+b)}{3c}$ e) $\frac{2-y}{x+1}$ f) $\frac{(a^2+3b^2)(a+b)}{(a^2+b^2)(a-b)}$

9. a) $\frac{ad^2}{cb^2}$ b) $\frac{3ab}{4c}$ c) $\frac{45}{32}$ d) $\frac{20a}{z} + \frac{25a}{y} - \frac{35a}{x}$ e) $\frac{ab-6xy-4bx}{20xy}$

10. a) $\frac{ad}{bc}$ b) $\frac{y}{x}$ c) $\frac{ac}{b}$ d) $\frac{a}{bc}$ e) $\frac{x^3}{y}$

f) $\frac{y}{y-1}$ g) $\frac{x^3}{x^2+1}$ h) $\frac{ab+1}{ab}$ i) $\frac{ab}{ab+1}$

11. a) x+y b) $\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}$ c) $\frac{b+a}{b-a}$ d) $\frac{x+y}{x-y}$

e) $\frac{a^2-1}{a^2+1}$ f) $\frac{x}{x+1}$ g) $\frac{a(a-b)+b(a+b)}{(a+b)(a-b)}$ h) $\frac{x^2+x+1}{x^3+x^2+2x+1}$