

**DOZENT**  
[3. AUFLAGE]

( ) +  
-  
: • { }

$\mathbb{N}$   
 $\mathbb{Z}$   
 $\mathbb{Q}$   
 $\mathbb{R}$



$x = ?$

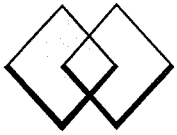
$\log_a$   
 $a^5$   
 $\sqrt[3]{a^2}$

# ALGEBRA

## IN DER WIRTSCHAFTSSCHULE

### Teil 1 / D

W. HÄCHLER | H. MICHEL | J. WEINGART



WHV-VERLAG

**Algebra  
in der Wirtschaftsschule**

**Teil 1 / D**

W. HÄCHLER / H. MICHEL / J. WEINGART

**Algebra in der Wirtschaftsschule, Teil 1 / D**

Hächler Werner | Michel Hermann | Weingart Jürg

WHV-Verlag, Aarau 2012

ISBN 978-3-909169-81-8

3. Auflage 2012

©2012 Copyright by WHV-Verlag AG  
Neumattstrasse 36  
5000 Aarau  
Telefon: 062 / 823 41 66  
Fax: 062 / 823 41 67  
E-Mail: [whv@whv.ch](mailto:whv@whv.ch)  
Internet: [www.whv.ch](http://www.whv.ch)

Alle Rechte vorbehalten. Nachdrucke, sowie jede optische, akustische und elektronische Aufzeichnung, Speicherung und Wiedergabe, auch auszugsweise, nur mit ausdrücklicher schriftlicher Genehmigung durch die Autoren gestattet.

# Inhaltsverzeichnis

---

## I Grundlagen

---

<b>1. Grundlagen</b>	<b>13</b>
1.1 Von Mengen .....	13
1.2 Mengenschreibweise .....	13
1.3 Zahlenmengen .....	14
1.4 Die Grundoperationen .....	16
1.5 Rechenhierarchie (1. Teil) .....	16
1.6 Reihenfolge der Schreibweise .....	17
Aufgaben .....	21

---

## II Algebra I

---

<b>2. Das Rechnen mit ganzen Zahlen (Rechnen in <math>\mathbb{Z}</math>)</b>	<b>25</b>
2.1 Einführung .....	25
2.2 Darstellung der Zahlenmenge $\mathbb{Z}$ .....	25
2.3 Addition und Subtraktion .....	26
2.4 Multiplikation .....	27
2.5 Potenzen .....	30
2.5.1 Begriffe .....	30
2.5.2 Potenzieren und die Grundoperationen .....	30
2.6 Die binomischen Formeln .....	32
2.7 Zerlegen von Summen in Faktoren (Ausklammern) .....	35
2.8 Zerlegen von Summen in binomische Formeln .....	36
2.9 Zerlegen von Summen in Faktoren von Summen .....	37
2.10 Division .....	40
2.11 Division von Summen .....	41
Aufgaben .....	47
<b>3. Das Rechnen mit Brüchen (Rechnen in <math>\mathbb{Q}</math>)</b>	<b>55</b>
3.1 Brüche und Dezimalbrüche .....	55
3.1.1 Brüche in Dezimalbrüche umwandeln .....	55
3.1.2 Dezimalbrüche in Brüche umwandeln .....	56
3.2 Näherungswerte, Runden und Genauigkeit .....	59
3.3 Vorzeichen bei Brüchen .....	61
3.4 Erweitern und Kürzen .....	61
3.4.1 Spezialfall I: Ausklammern von -1 .....	62
3.4.2 Spezialfall II: Ausklammern von Faktoren .....	62
3.4.3 Spezialfall III: Binomische Formeln .....	63
3.5 Addition und Subtraktion von Brüchen .....	64
3.6 Multiplikation von Brüchen .....	65
3.7 Division von Brüchen .....	67
3.8 Doppelbrüche .....	69
Aufgaben .....	77

---

### III Gleichungen

---

<b>4.</b>	<b>Lineare Gleichungen mit 1 Variablen</b>	<b>89</b>
4.1	Einleitung .....	89
4.2	Lösen einer linearen Gleichung mit 1 Variablen .....	90
4.3	Lineare Gleichungen mit Parametern .....	94
	Aufgaben .....	101
<b>5.</b>	<b>Gleichungssysteme mit mehreren Variablen</b>	<b>105</b>
5.1	Grundmenge bei Gleichungen mit 2 Variablen .....	105
5.2	Gleichungen mit 2 Variablen .....	105
5.3	Gleichungssysteme mit 2 Variablen .....	106
5.4	Lösen von Gleichungssystemen .....	107
5.5	Einsetzungsverfahren .....	108
5.6	Gleichsetzungsverfahren .....	110
5.7	Additionsverfahren .....	112
5.8	Determinantenverfahren .....	115
5.9	Gleichungssysteme mit Variablen im Nenner .....	119
5.10	Substitutionsverfahren .....	125
5.11	Gleichungssysteme mit Parametern .....	131
5.12	Gleichungssysteme mit 3 Variablen .....	134
	Aufgaben .....	141
<b>6.</b>	<b>Quadratische Gleichungen</b>	<b>153</b>
6.1	Generelle Bemerkungen zu Quadratzahlen .....	153
6.2	Normalformen der quadratischen Gleichungen .....	153
6.3	Lösen von rein-quadratischen Gleichungen .....	154
6.4	Lösen von gemischt-quadratischen Gleichungen .....	156
	6.4.1 Faktorzerlegung .....	156
	6.4.2 Quadratische Ergänzung .....	158
	6.4.3 pq-Formel .....	161
	6.4.4 Mathematische Herleitung der pq-Formel .....	164
	6.4.5 Lösungsdiskussion .....	165
	6.4.6 abc-Formel .....	166
6.5	Sätze von Vieta .....	170
	6.5.1 Bestimmen der zweiten Lösung aus der ersten .....	171
	6.5.2 Bestimmen von p aus der Gleichung und einer Lösung .....	171
	6.5.3 Bestimmen von q aus der Gleichung und einer Lösung .....	172
	6.5.4 Bestimmen der Gleichung aus den 2 Lösungen .....	172
6.6	Quadratische Lösungen bei Gleichungen mit 2 Unbekannten .....	174
6.7	Quadratische Gleichungen mit Parametern .....	177
	Aufgaben .....	183
<b>7.</b>	<b>Gleichungen: Textaufgaben</b>	<b>189</b>
7.1	Lösen von Textaufgaben .....	189
7.2	Zahlenaufgaben .....	190
7.3	Altersaufgaben .....	197
7.4	Prozent-/Zinsrechnungen .....	200
7.5	Verteilungsaufgaben .....	203
7.6	Mischungsaufgaben .....	206
7.7	Arbeit / Leistung .....	210
7.8	Bewegung .....	214
7.9	Geometrie .....	217
7.10	Diverses .....	220
	Aufgaben .....	225

---

## IV Algebra II

---

<b>8. Potenzen</b>	<b>245</b>
8.1 Einführung in Potenzen / Wurzeln / Logarithmen .....	245
8.2 Begriffe.....	245
8.3 Erläuterungen zu den Operationen.....	246
8.4 Potenzieren und die Grundoperationen .....	247
8.5 Rechenregeln bei gleicher Basis .....	248
8.6 Rechenhierarchie und -verwandtschaften .....	249
8.6.1 Rechenverwandtschaften .....	249
8.6.2 Rechenhierarchie.....	250
8.6.3 Grundrechenregeln für Exponenten mit gleicher Basis .....	250
8.7 Spezialfälle.....	251
8.8 Rechenbeispiele.....	252
8.9 Rechenregeln bei gleichen Exponenten mit unterschiedlicher Basis .....	253
8.10 Zusammenfassung.....	254
8.11 Die Zehnerpotenz.....	255
Aufgaben .....	261
<b>9. Wurzeln</b>	<b>271</b>
9.1 Die Quadratwurzel.....	271
9.2 Die allgemeine Wurzel .....	272
9.3 Rechnen mit Wurzeln .....	273
9.4 Wurzelgleichungen.....	279
Aufgaben .....	289
<b>10. Logarithmen</b>	<b>299</b>
10.1 Grundregel des Logarithmierens .....	299
10.2 Der 10er Logarithmus $\lg$ .....	301
10.3 Rechenregeln bei Logarithmen.....	302
10.4 Exponential- und Logarithmusgleichungen .....	304
10.4.1 Exponentialgleichungen .....	304
10.4.2 Logarithmusgleichungen.....	309
10.4.3 Variable in der Basis .....	310
Aufgaben .....	313

## Inhaltsverzeichnis: Teil 2

---

### V Funktionen

---

<b>11. Funktionen</b>	<b>329</b>
11.1 Der Funktionsbegriff .....	329
11.2 Funktionen und ihre Schreibweise .....	331
11.2.1 Definitions- und Wertemenge .....	331
11.2.2 Zuordnung .....	331
11.2.3 Anwendungsbeispiele .....	332
11.3 Das Koordinatensystem .....	333
11.3.1 Darstellung von Punkten .....	334
11.3.2 Darstellung von Funktionen .....	335
11.3.3 Anwendungsbeispiele .....	335
11.4 Arten von Funktionen .....	337
11.4.1 Empirische Funktionen .....	337
11.4.2 Mathematische Funktionen: Lineare Funktionen .....	338
11.4.3 Mathematische Funktionen: Funktionen 2. Grades .....	338
11.5 Lineare Funktionen .....	339
11.6 Darstellung und Funktionsvorschrift von Geraden .....	341
11.6.1 Die Steigung von Geraden .....	341
11.6.2 Zeichnen von linearen Funktionen .....	343
11.6.3 Bestimmen der Normalform aus 2 Punkten .....	346
11.6.4 Einige spezielle Geraden und ihre Funktionsvorschrift .....	349
11.7 Berechnungen bei linearen Funktionen .....	351
11.7.1 Bestimmen der Normalform aus 2 Punkten .....	351
11.7.2 Bestimmen der Steigung aus 2 Punkten .....	352
11.7.3 Berechnen des Schnittpunkts einer Geraden mit den beiden Achsen .....	353
11.7.4 Berechnen des Schnittpunkts zweier Geraden .....	354
11.7.5 Überprüfen, ob 3 Punkte auf einer Geraden liegen .....	355
11.7.6 Berechnen von fehlenden Koordinaten .....	356
Aufgaben .....	361
<b>12. Lineare Funktionsgleichungen</b>	<b>373</b>
12.1 Funktion als Abbildung .....	373
12.2 Zwei Beispiele von linearen Funktionsgleichungen .....	374
12.2.1 Kostenfunktion .....	374
12.2.2 Gewinnfunktion .....	375
12.3 Betriebswirtschaftliche Funktionen (Grundfunktionen) .....	376
12.4 Berechnung und Darstellung betriebswirtschaftlicher Funktionen .....	377
12.4.1 Kostenfunktion .....	377
12.4.2 Erlösfunktion .....	379
12.4.3 Gewinnfunktion .....	380
12.5 Spezielle betriebswirtschaftliche Funktionen .....	383
12.6 Berechnung und Darstellung der speziellen Funktionen .....	384
12.6.1 Kostenfunktion mit Pauschalgebühr .....	384
12.6.2 Erlösfunktion mit Mengenrabatt .....	387
12.6.3 Erlösfunktion mit Rabatt ab einer bestimmten Menge .....	390
12.7 Veränderungen an Funktionsgleichungen .....	393
12.7.1 Bei Kostenfunktionen .....	393
12.7.2 Bei Gewinnfunktionen .....	394
12.7.3 Beispiele für Änderungen an Funktionen .....	395
Aufgaben .....	399

<b>13. Die quadratische Funktion</b>	<b>409</b>
13.1 Normalparabel.....	409
13.2 Allgemeine quadratische Funktion.....	410
13.3 Berechnung der Nullstellen, des Scheitelpunkts und grafische Darstellung.....	413
13.4 Berechnen einer quadratischen Funktion aus drei Punkten.....	421
13.5 Schnittpunkte von Parabel und Gerade.....	423
13.6 Schnittpunkte zweier Parabeln.....	425
13.7 Die Potenzfunktion.....	427
13.7.1 Potenzfunktion mit geraden Exponenten.....	427
13.7.2 Potenzfunktion mit ungeraden Exponenten.....	431
13.8 Die Wurzelfunktion.....	435
Aufgaben.....	439
<b>14. Die Exponential- und die Logarithmusfunktion</b>	<b>449</b>
14.1 Grundlagen exponentieller Abläufe.....	449
14.2 Die Exponentialfunktion.....	451
14.2.1 Normalform der Exponentialfunktion.....	451
14.2.2 Änderungen an der Exponential-Normalfunktion.....	453
14.3 Die Logarithmusfunktion.....	455
14.4 Exponentiell zunehmende Prozesse.....	457
14.5 Exponentiell abnehmende Prozesse.....	460
Aufgaben.....	463
<b>15. Preistheorie</b>	<b>465</b>
15.1 Modell und Hypothesenbildung.....	465
15.1.1 Das Modell der vollkommenen Konkurrenz.....	465
15.1.2 Das Angebot.....	466
15.1.3 Die Nachfrage.....	467
15.1.4 Der Gleichgewichtspreis.....	467
15.2 Preistheorie mit linearen Funktionen.....	468
15.3 Preistheorie mit nicht-linearen Funktionen.....	472
15.3.1 Die Angebotsfunktion.....	472
15.3.2 Die Nachfragefunktion.....	473
15.3.3 Der Gleichgewichtspreis.....	474
15.3.4 Anwendungsbeispiele.....	475
15.4 Externe Markteinflüsse.....	477
Aufgaben.....	485



---

## VI Ungleichungen / Lineare Optimierung

---

<b>16. Ungleichungen</b>	<b>491</b>
16.1 Operationen.....	491
16.2 Grafische Darstellung.....	492
16.3 Rechenregeln bei Ungleichungen.....	493
16.4 Spezialfall: Variable $x$ steht im Nenner.....	495
16.5 Lineare Ungleichungssysteme.....	504
16.5.1 Eine Ungleichung.....	504
16.5.2 Mehrere Ungleichungen.....	506
16.6 Lösungsdiskussion.....	509
16.7 Ungleichungsbeziehungen.....	510
16.8 Anwendungsaufgaben.....	513
Aufgaben.....	519
<b>17. Lineare Optimierung</b>	<b>529</b>
17.1 Zahlenbeispiele.....	529
17.2 Anwendungsbeispiele.....	536
17.2.1 Optimierung zum Maximum.....	536
17.2.2 Optimierung zum Minimum.....	540
17.2.3 Optimierung zum Minimum und Maximum.....	544
17.3 Spezielle Anwendungsbeispiele.....	548
17.3.1 Absolute Abhängigkeit.....	548
17.3.2 Verhältnismässige Abhängigkeit.....	550
17.3.3 Indirekte Abhängigkeit.....	552
17.4 Lineare Optimierung mit Parametern.....	554
Aufgaben.....	565