

Ausgewählte Aufgaben - Lösungen

Terme

1. Vereinfachen Sie die folgenden Terme soweit als möglich:

a)

$$\frac{(\sqrt[4]{a})^3 \cdot \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[4]{b^{-1}}}{\left(\frac{1}{\sqrt[12]{a}}\right)^5 \cdot \sqrt[6]{b^{-5}} \cdot (\sqrt[3]{a})^2} = a^{\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{1}{6}} \cdot b^{-\frac{1}{4}}$$

$$= a^{-\frac{5}{12}} \cdot b^{-\frac{5}{6}} \cdot a^{\frac{2}{3}}$$

$$= a^{\frac{1}{4} + \frac{5}{12} - \frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{6} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4}} = a^{\frac{9+5-8}{12}} \cdot b^{\frac{1-5+3}{6}}$$

$$= a^{\frac{6}{12}} \cdot b^{\frac{-1}{6}} = \sqrt{a} \cdot \sqrt[6]{b^{-1}}$$

$$= (ab)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{ab}$$

b)

$$\frac{[2(x^2-y^2)^{-3}]^{-4} \cdot (x-y)^{-12}}{2^{-5} (x+y)^{12}} =$$

$$\frac{2^{-4} (x^2-y^2)^{12} \cdot (x-y)^{-12} \cdot 2^5 \cdot (x+y)^{-12}}{2^{5-4} (x-y)^{12} (x+y)^{12} \cdot (x-y)^{-12} (x+y)^{-12}} = \underline{\underline{2}}$$

Gleichungen und Ungleichungen

2.

$p_1 = 3,25\%$; $p_2 = 3,5\%$ $z_1 = 11'750$ - $z_2 = 875$

Hyp01 = x Hyp02 = y

① $x \cdot \frac{3,25}{100} + y \cdot \frac{3,5}{100} = 11'750$ 1.100 2

② $x \cdot \frac{0,25}{100} + y \cdot \frac{0,25}{100} = 875$ 1.100 1

① $3,25x + 3,5y = 1175000$

② $0,25x + 0,25y = 87500$ 1.13

① $3,25x + 3,5y = 1175000$

② $-(3,25x + 3,25y = 1137500)$

$0,25y = 37500$

$y = 150'000$ 2 prof.

$x = 200'000$

3.

x	Preis pro Bild	= 0,84%	2
y	Preis pro Skulptur	= 0,72%	

① $75'000 \frac{x}{100} + 20'000 \frac{y}{100} = 774 \quad | \cdot 5$
 ② $1200x + 5'00y = 774 + 594 \quad (= 1368) \quad | \cdot 2$
 ① $3750x + 1000y = 3870$
 ② $-2400x - 1'000y = -2736$
 ①-② $1350x = 1'134$
 $x = 0,84$
 $200y = 774 - 750 \cdot 0,84$
 $y = \frac{774 - 750 \cdot 0,84}{200}$
 $y = 0,72$

4.

④ $x = \text{Anz. Flaschen}; y = \text{Preis pro Flasche}$

① $x \cdot y = 400$ Gleichung(en) 4

② $(x+20)(y-1) = 400$

① $y = \frac{400}{x}$ Aufl. 4

① in ② $(x+20)\left(\frac{400}{x} - 1\right) = 400$

$400 - x + \frac{8000}{x} - 20 = 400 \quad | \cdot x$

$380x - x^2 + 8000 = 400x$ Anz. Flaschen 1. Kauf

$x^2 + 20x - 8000 = 0$ 1

$x_{1,2} = -\frac{20}{2} \pm \sqrt{\frac{20^2}{4} + 8000}$ $x_1 = 80$

$x_2 = -100$

Funktionen

5.

a) Feinschmecker: $(7 | 20,5)$ $(10 | 25)$ $x = \text{kg}$ $y = \text{Fr.}$

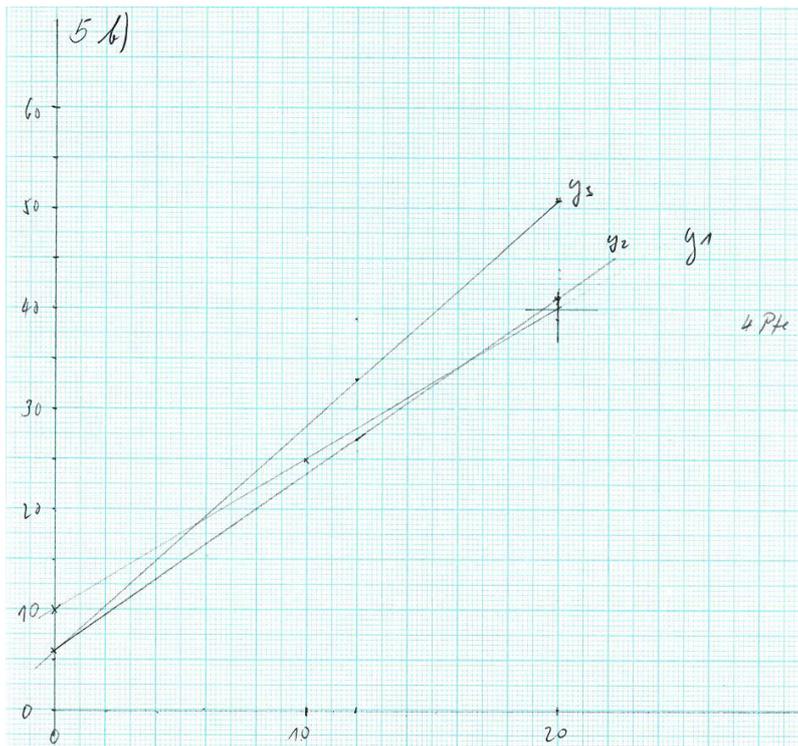
$$m = \frac{25 - 20,5}{10 - 7} = \frac{4,5}{3} = 1,5 \Rightarrow y = 1,5x + n$$

$$25 = 1,5 \cdot 10 + n \quad (\Rightarrow) \quad n = 10 \quad 2$$

$$y_1 = \underline{1,5x + 10}$$

Bio-Express: Stadtkern: $y_2 = \underline{1,75x + 6}$ 1Aussengarten: $y_3 = \underline{2,25x + 6}$ 1

x	0	10	12	20
y ₁	10	25		40
y ₂	6	23,5	2	41
y ₃	6	28,5	33	51



$$c) \quad y_1 = y_3 \rightarrow 1,5x + 10 = 2,25x + 6 \quad | -1,5x - 6$$

$$4 = 0,75x \quad | : 0,75$$

$$\frac{5}{3} = x \quad 2 \text{ Pkt}$$

BioExpress ist im Aussengarten bei $5\frac{1}{3}$ kg
günstiger als Feinschmecker

6.

$$\frac{5x}{x-1} - \frac{20}{x-1} + \frac{15}{x^2-x} = 0 \quad | \cdot x(x-1)$$

$$5x^2 - 20x + 15 = 0 \quad | :5$$

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$ Normalform 2

b) $y = x^2 - 4x + 3 \rightarrow$ Excel 3
Nullst. 2

c) Schnittpunkt mit y-Achse

$$y = x^2 - 4x + 3 \rightarrow x = 0$$

$$y = 3 \Rightarrow (0/3)$$

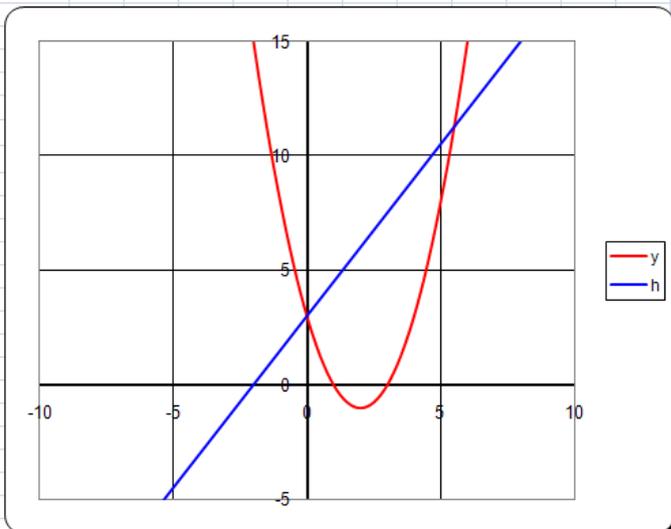
Gerade: h (0/3); m = 1,5 2

$$h = 1,5x + n \Rightarrow 3 = 1,5 \cdot 0 + n \Rightarrow n = 3$$

$$h = 1,5x + 3 \rightarrow$$
 Excel 1

$y = x^2 - 4x + 3$

x	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	143	120	99	80	63	48	35	24	15	8	3	0	-1	0	3	8	15	24	35	48	63
h	-12	-10.5	-9	-7.5	-6	-4.5	-3	-1.5	0	1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	12	13.5	15	16.5	18



Nullstellen:

p	q
-4	3
x_1	3 (3/0)
x_2	1 (1/0)

Optimierung

7.

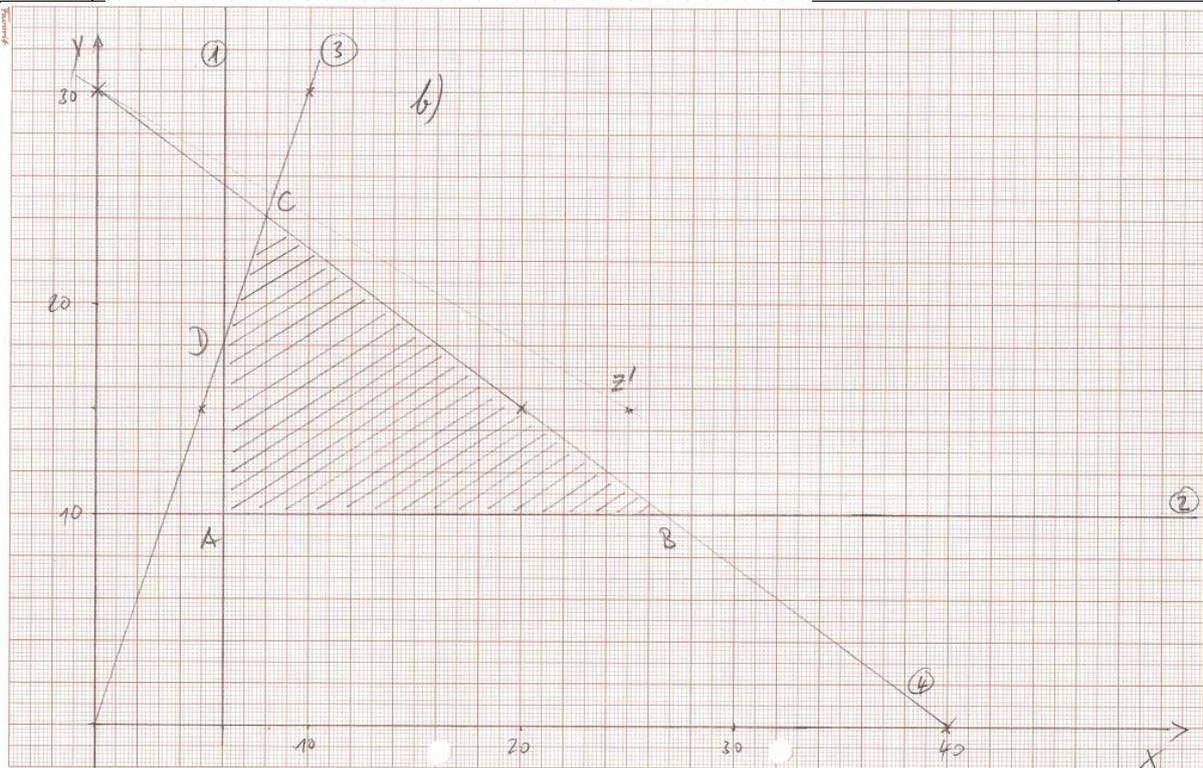
x Anz. Stk. Produkt A
 y " " " " B

a) ① $x \geq 6$
 ② $y \geq 10$
 ③ $y \leq 3x$ (10/30) (15/45) (5/15)
 ④ $21'000x + 28'000y \leq 840'000$ $y \leq -\frac{3}{4}x + 30$ 4
 $z = 3'300x + 5'500y$ $y = -\frac{3}{5}x + \frac{z}{5'500}$

④ Punkte: (0/30) (40/0) (20/15) 3

d) 8 Produkte A und 24 Produkte B (Punkt C) 2 (mit 2)

d) $z_{max} = 8 \cdot 3'300 + 24 \cdot 5'500 = 158'400$ 1
 26'400 + 132'000



Finanzmathematik

8.

a) - Einmalige Entschädigung: CHF 500'000 (60 J.)
 - Rente 10 J. über 64'000.-, nach oben rufend, 4,5%

$$a) \quad K_{70} = r \cdot \frac{1-q^{10}}{1-q} = 64'000 \cdot \frac{1-1,045^{-10}}{1-1,045} = 786'445,40$$

Vergleiche mit Entschädigung:

$$K_{60} = \frac{K_{70}}{q^{10}} = \frac{786'445,40}{1,045^{-10}} = 506'413,96$$

Die Renten auszahlung bringt mehr, nämlich 6'413,96

$$b) \quad m_1 = 5; \quad q = 1,06; \quad K_0 = 500'000.-$$

$$K_{65} = 500'000 \cdot 1,06^5 = 669'112,79$$

$$K_n = K_0 \cdot q^n - r \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$

$$0 = 669'112,79 \cdot 1,06^n - 80'000 \cdot 1,06 \cdot \frac{1-1,06^n}{1-1,06}$$

$$0 = 669'112,79 \cdot 1,06^n - 84'800 \left(\frac{1}{-0,06} - \frac{1,06^n}{-0,06} \right)$$

$$0 = 669'112,79 \cdot 1,06^n + 1'413'333,33 - 1'413'333,33 \cdot 1,06^n \quad | -1'413'333,33$$

$$1'413'333,33 = 1,06^n (669'112,79 - 1'413'333,33)$$

$$1'413'333,33 = -1,06^n \cdot 744'220,54 \quad | : (-744'220,54)$$

$$1,89908 = 1,06^n \quad | \log$$

$$\log 1,89908 = n \cdot \log 1,06 \quad | : \log 1,06$$

$$n \approx 11$$

Die Rente kann 11 Jahre lang ausbezahlt werden!

9.

$$K_0 = 2000; n = 10; K_n = 25'000 \cdot 1,015^{10}; q = 1,025$$

$$a) \quad K_n = K_0 \cdot q^n + r \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$K_n - K_0 \cdot q^n = r \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$r = \frac{K_n - K_0 \cdot q^n}{\frac{1 - q^n}{1 - q}} = \frac{25'000 \cdot 1,015^{10} - 2000 \cdot 1,025^{10}}{\frac{1 - 1,025^{10}}{1 - 1,025}} \quad 5$$

$$r = 2'361,20 \quad (19)$$

$$b) \quad K_n = 25'000 \cdot 1,015^{10} = 29'013,52$$

$$K_{KSE} = \frac{K_n}{q^5} = \frac{29'013,52}{1,025^5} = 25'643,72 \quad 5$$

$$K_{KSR} = K_0 \cdot q^5 + r \frac{1 - q^5}{1 - q} = 14'674,06$$

$$\text{Differenz} = \text{Erbenschaft} = \underline{\underline{10'969,66}}$$