



Kanton St.Gallen  
Bildungsdepartement

Berufsfachschulen im Kanton St. Gallen, Appenzell und Glarus  
Berufsmaturität

## Berufsmaturitätsprüfung

## Mathematik 2016

BM-Ausrichtung: Wirtschaft und Dienstleistung, Typ Wirtschaft

Nullserie

### Lösungen

Eine kommerzielle Verwendung bedarf der Bewilligung der BM  
Autorenkommission Typ W, Kanton St. Gallen, Appenzell, Glarus.

#### 1. Aufgabe: Grundlagen, Rechnen in Z, Q und R

Berechnen Sie die Division und vereinfachen (kürzen) Sie soweit als möglich.

Punkte 3

$$\frac{m^2 - 1}{m^2 - m} \div \frac{m + 1}{3 \cdot m} \quad \text{Vereinfacht} \quad 3$$

#### 2. Aufgabe: Lineare Gleichungen

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und Lösungsmenge der folgenden linearen  
Gleichung in der Grundmenge R.

Punkte 6

$$\frac{14}{4 \cdot x - 8} - \frac{2}{2 - x} = \frac{3}{x} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{0, 2\} \quad L = \left\{ -\frac{12}{5} \right\}$$

#### 3. Aufgabe: Textaufgabe

Vitus möchte seine bestehende Hypothek für sein Eigenheim erneuern. Die ganze  
Hypothekarschuld beträgt CHF 800 000.--. Die Bank offeriert Vitus einen Hypothekarzins-  
satz von 1.65 % mit einer Laufzeit von 8 Jahren. Vitus möchte jedoch seine Hypothekar-  
schuld in einen Teil mit einer Laufzeit von 10 Jahren und einen zweiten Teil mit einer Laufzeit  
von 5 Jahren aufteilen. Die Bank offeriert dazu einen Hypothekarzinsatz von 1.85 % für  
10-jährige und 1.25 % für 5-jährige Festhypotheken.

Punkte 7

In welche beiden Teile muss Vitus seine Hypothekarschuld splitten, damit er im ersten Jahr  
die gleiche jährliche Hypothekarzinsbelastung erhält, wie wenn er die gesamte Hypothekar-  
schuld über 8 Jahre fixieren würde? (Die beiden Hypothekerbeträge sind mathematisch  
korrekt auf CHF 1000.-- zu runden. Die Hypothekbeträge müssen nicht amortisiert werden)

Hypothekarteil 1 in CHF = x  
(10-jährige Laufzeit)

Hypothekarteil 2 in CHF = y  
(5-jährige Laufzeit)

$$D = \mathbb{Q}^+ \times \mathbb{Q}^+$$

$$(1) \quad x + y = 800000$$

$$y = 800000 - x$$

$$(2) \quad \frac{800000 \cdot 1.65}{100} = \frac{x \cdot 1.85}{100} + \frac{y \cdot 1.25}{100} \quad \frac{800000 \cdot 1.65}{100} = \frac{x \cdot 1.85}{100} + \frac{(800000 - x) \cdot 1.25}{100} \quad \begin{aligned} x &= 533333.333 \\ y &= 266666.66 \end{aligned}$$

Hypothekarschuld Teil 1 mit 10 jähriger Laufzeit: CHF 533 000.--

Hypothekarschuld Teil 2 mit 5 jähriger Laufzeit: CHF 267 000.--

**4. Aufgabe: Potenzen und Wurzeln**

Vereinfachen Sie nachfolgenden Term so weit wie möglich.

Punkte 5

$$\left(\frac{3}{x^2} \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{2}\right)^2 \cdot x^{-\frac{1}{4}} : \frac{\sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{\sqrt{x}}}{(-2 \cdot x)^{-2}} \quad \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}} = . \quad \frac{\sqrt{2} \cdot x^{0.5}}{\frac{3}{x^{\frac{4}{4}}}} = . \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{x^{-1}} = . \quad \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{x^{\frac{4}{4}}}}$$

**5. Aufgabe: Exponentialgleichung**

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der nachfolgenden Gleichung in der Grundmenge R. (Die Lösung ist auf 4 Kommastellen genau zu runden)

Punkte 5

$$5^x \cdot 10^{2 \cdot x} = 2^5 \quad D = R \quad L = \{0.5577\}$$

**6. Aufgabe: Logarithmus**

Bestimmen Sie durch Ankreuzen die richtige Lösung für x. Nur eine Lösung ist richtig.

Punkte 3

$\log_a \left( \frac{\sqrt{a}}{a^3} \right) = x$	<b>Lösung</b>	<b>Richtig</b>	
	(1) $a^{\frac{5}{2}}$	<input type="radio"/>	
	(2) { }	<input type="radio"/>	
	(3) $-\frac{5}{2}$	<input checked="" type="radio"/>	richtig
	(4) 2.5	<input type="radio"/>	

**7. Aufgabe: Lineare Funktionen**

Aus einer linearen Abschreibungstabelle entnehmen Sie folgende Buchwerte:

Punkte 12

Maschine	Jahr	Buchwert (CHF)	Maschine	Jahr	Buchwert (CHF)
"Netstal"	3	125 000.00	"Battenfeld"	3	140 000.00
"Netstal"	7	65 000.00	"Battenfeld"	5	80 000.00

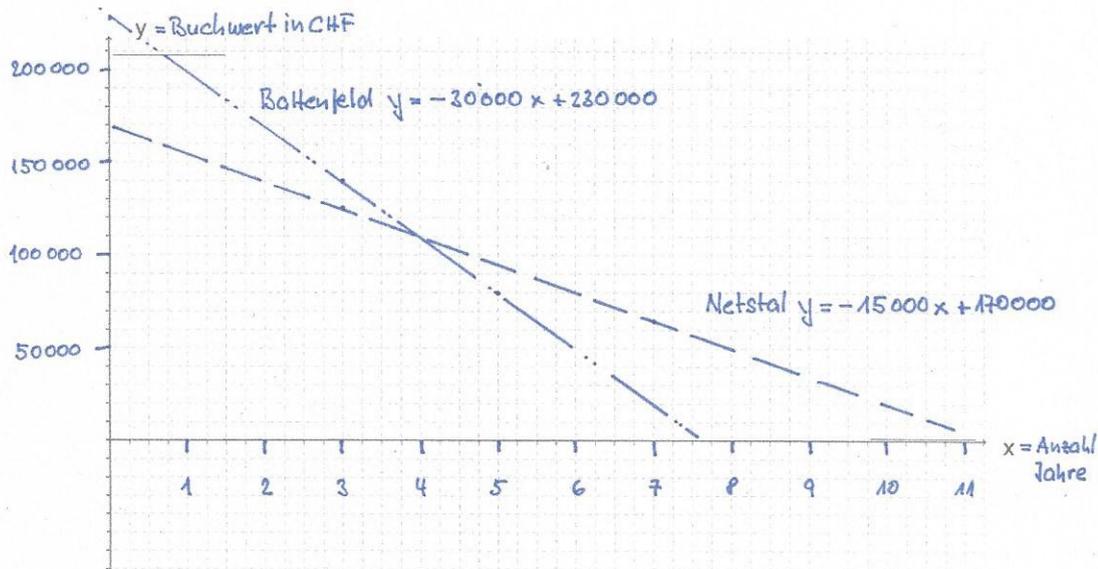
- a) Stellen Sie für die beiden Maschinen die linearen Funktionsgleichungen auf (y: Buchwert in CHF, x: Anzahl Jahre )
- b) Zeichnen Sie die beiden Graphen (inkl. Beschriftung) in einem geeigneten Koordinatensystem auf (s. Koordinatensystem auf der nächsten Seite).
- c) Berechnen Sie: Nach wie vielen Jahren haben die beiden Maschinen denselben Buchwert?
- d) Berechnen Sie: Nach wie vielen Jahren ist Maschine "Netstal" auf einen Schrottwert von CHF 10 000.- abgeschrieben?

a)  $x = \text{Anzahl Jahre, } y = \text{Buchwert in CHF}$

Netstal :  $y = - 15000x + 170000$

Battenfeld :  $y = - 30000x + 230000$

b)



c) Netstal:  $y = -15000x + 170000$        $-15000 \cdot x + 170000 = -30000 \cdot x + 230000$        $x = 4$   
 Battenfeld:  $y = -30000x + 230000$   
 Nach 4 Jahren haben beide Maschinen den gleichen Buchwert.

d) Netstal:  $y = -15000x + 170000$        $10000 = -15000 \cdot x + 170000$        $x = \frac{32}{3}$   
 Nach 11 Jahren ist die Maschine auf einen Schrottwert von CHF 10000 abgeschrieben.

**8. Aufgabe: Funktionen**

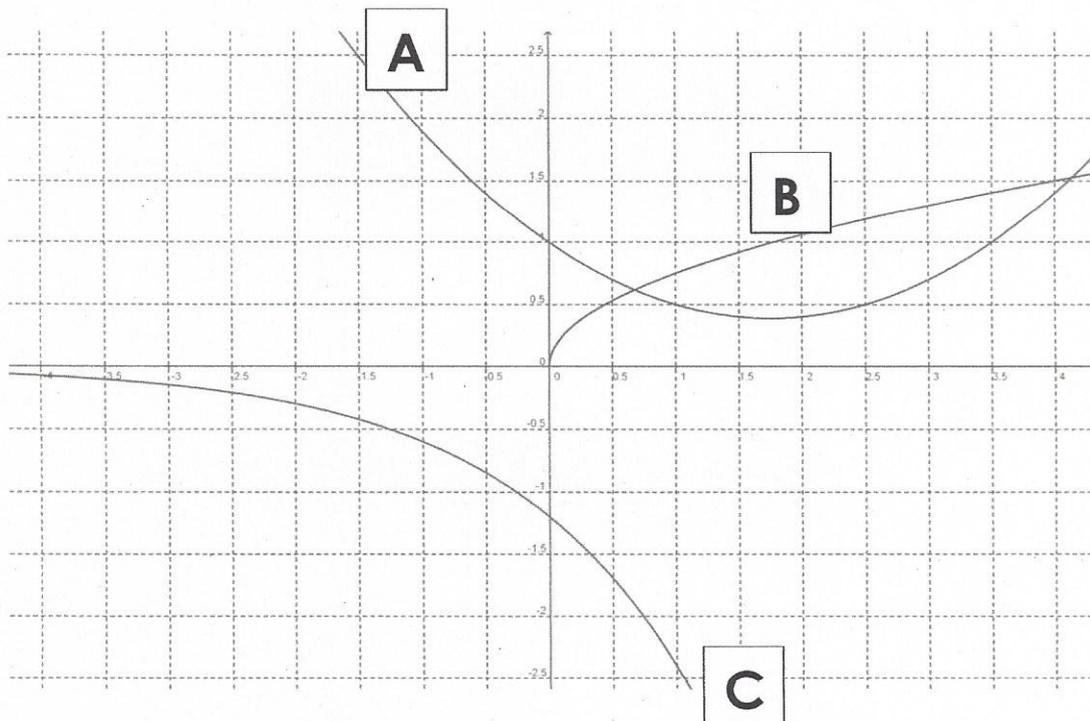
Nachfolgendes Koordinatensystem zeigt 3 Graphen von verschiedene Funktionen auf. Ordnen Sie die nachfolgenden Funktionsgleichungen A, B und C den jeweiligen Graphen zu.

Punkte 3

A)  $y = 0.2 \cdot x^2 - 0.7 \cdot x + 1$

B)  $y = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{x}$

C)  $y = -1.2 \cdot 2^x$



**9. Aufgabe: Lineare Optimierung**

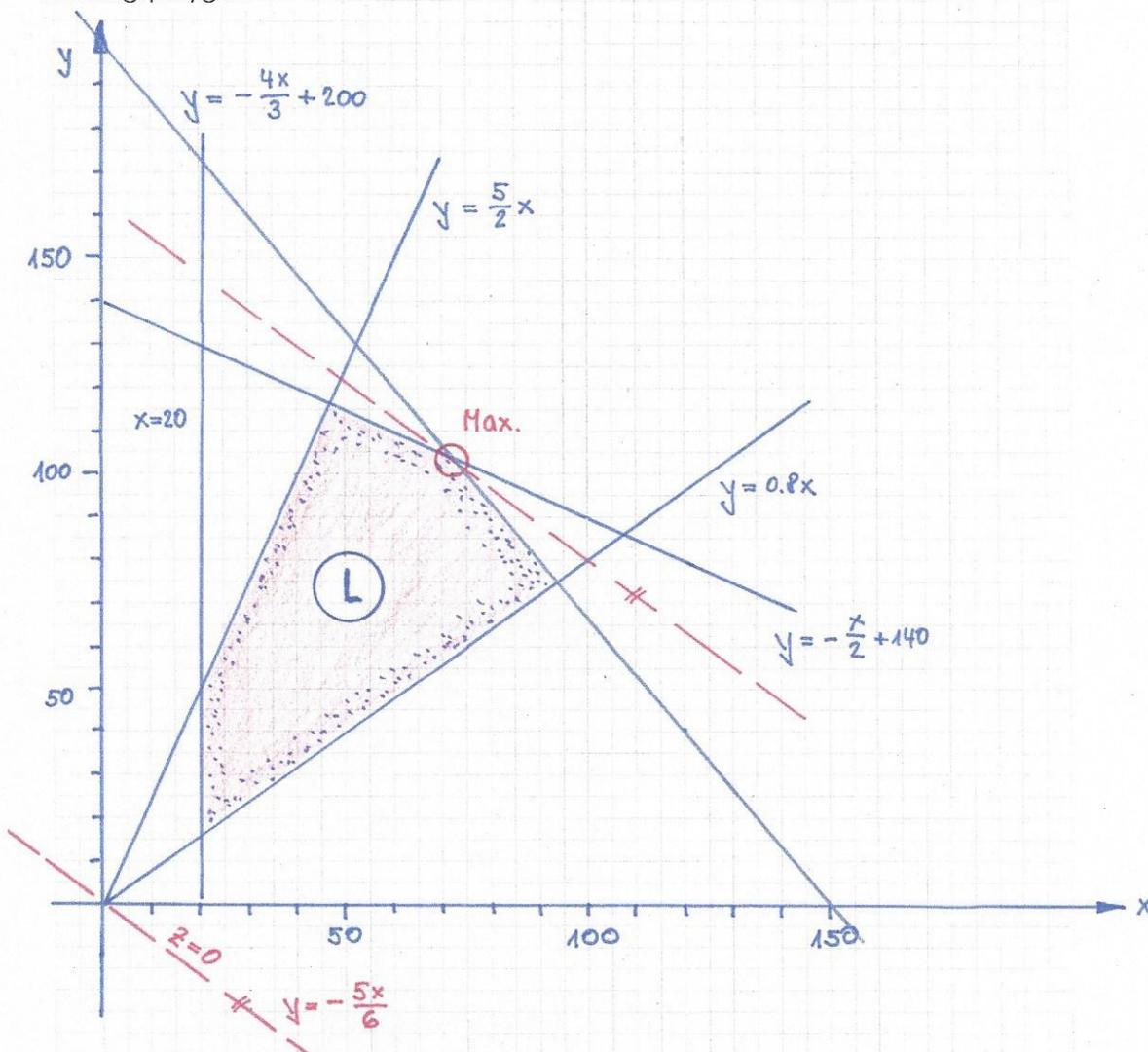
Formen Sie die gegebenen Bedingungen in die Normalform um und zeichnen Sie das Planungspolygon auf der nächsten Seite in ein Koordinatensystem (inklusive vollständige Beschriftung) ein. Es ist folgende Skalierung für die x- und y-Achse zu verwenden: 2 Häuschen = 10 Einheiten.

Punkte 12

Zeichnen Sie ebenso die Zielfunktion und die Parallelverschiebung ins Maximum im Koordinatensystem ein. Bezeichnen Sie das Maximum und berechnen Sie die Koordinaten für das Maximum und den Wert des Maximums gemäss Zielfunktion.

Normalformen	(1)	$800 \cdot x + 600 \cdot y \leq 120000$	$y \leq -\frac{4 \cdot x}{3} + 200$	Zielfunktion
	(2)	$2.5 \cdot y \geq 2 \cdot x$	$y \geq 0.8 \cdot x$	$z = 2500 \cdot x + 3000 \cdot y$
	(3)	$x \geq \frac{2 \cdot y}{5}$	$y \leq \frac{5}{2} \cdot x$	$y = -\frac{5 \cdot x}{6} + \frac{z}{3000}$
	(4)	$x \geq 20$	$x \geq 20$	
	(5)	$4 \cdot y + 2 \cdot x \leq 560$	$y \leq -\frac{x}{2} + 140$	

Planungspolygon



Koordinaten Maximum  $-\frac{x}{2} + 140 = -\frac{4 \cdot x}{3} + 200$       $x = 72$      Maximum  $(72, 104)$   
 Zmax  $z_{\max} = 2500 \cdot 72 + 3000 \cdot 104 = 492000$



**12. Aufgabe: Datenanalyse**

Bei zwei Medikamenten sollte ihre Wirkung auf den Magnesiumgehalt des Blutserums (in mg/dl) untersucht werden. Dazu erhielten 13 Personen das Medikament A und 10 Personen das Medikament B. Nach sechs Wochen wurden folgende Messwerte bestimmt:

Punkte 13

**Medikament A:** 1.76 2.14 2.06 2.19 1.90 2.48 1.94 2.44 2.22 2.52 2.26 2.59 2.33

**Medikament B:** 2.38 2.71 3.02 2.52 2.19 3.24 2.77 2.89 2.60 2.65

a) Berechnen Sie für beide Gruppen jeweils Mittelwert, Median, unteres Quartil, oberes Quartil, Minimum, Maximum, Standardabweichung und Interquartilsabstand (Resultate auf 3 Kommastellen genau).

**Medikament A:** 1.76 1.90 1.94 2.06 2.14 2.19 2.22 2.26 2.33 2.44 2.48 2.52 2.59  
(geordnete Reihe, ungerade Anzahl Messungen, n = 13)

Minimum: 1.760 Maximum: 2.590 Median: 2.220 Mittelwert: 2.218

unteres Quartil: 2.060 oberes Quartil: 2.440 Standardabweichung 0.255

Interquartilsabstand 0.380

**Medikament B:** 2.19 2.38 2.52 2.60 2.65 2.71 2.77 2.89 3.02 3.24  
(geordnete Reihe, gerade Anzahl Messungen, n = 10)

Minimum: 2.190 Maximum: 3.240 Median: 2.680 Mittelwert: 2.697

unteres Quartil: 2.540 oberes Quartil: 2.860 Standardabweichung 0.306

Interquartilsabstand 0.320

b) Vergleichen Sie die Werte der Standardabweichung der Messreihe A und B. Welche Aussagen können Sie dazu machen?

Die Standardabweichung (= Streumass) ist bei der Messreihe A kleiner als bei Messreihe B. Das heisst, dass die mittlere Abweichung der Daten in Messreihe A zum Mittelwert weniger "streuen" als bei Messreihe B. In Messreihe B hat es evtl. Daten- "Ausreisser".

**13. Aufgabe: Finanzmathematik**

Familie Högger schliesst bei der Geburt ihres Sohnes einen Ausbildungsvertrag ab. Die Höhe der jeweils am Jahresende erfolgten Einzahlung beträgt CHF 1200.--. Der Zinssatz beträgt 2.15 % für die ersten 10 Jahre, danach nur noch 1.65 %.

Punkte 6

Welchen Betrag bekommt der Sohn im Alter von 18 Jahren (auf 5 Rappen runden).

r = 1200.--, nachschüssig, n = 10, p = 2.15%

$$R10 \quad 1200 \cdot \left( \frac{1.0215^{10} - 1}{1.0215 - 1} \right) = 13230.134$$

$$K18 \quad 13230.134 \cdot 1.0165^8 = 15080.763$$

r = 1200.--, nachschüssig, n = 8, p = 1.65%

$$R8 \quad 1200 \cdot \left( \frac{1.0165^8 - 1}{1.0165 - 1} \right) = 10173.078$$

Der Sohn bekommt nach 18 Jahren CHF 25 253.85

**14. Aufgabe: Finanzmathematik**

Ein Schuldner soll seinen Kredit von CHF 25 000.-- in zwei gleich hohen Raten, und zwar nach 2 und nach 5 Jahren vollständig zurück zahlen.

Punkte 7

Wie gross wird eine Rate, wenn ein Schuldzinsfuss von 4 % zugrunde gelegt wird?  
(auf 5 Rappen runden)

$$x = \text{Rate in CHF} \quad D = Q^+ \quad \left(25000 \cdot 1.04^2 - x\right) \cdot 1.04^3 - x = 0 \quad x = 14314.4796$$

Eine Rate beträgt CHF 14 314.50

