

Terme

1.	<p>Vereinfachen Sie die folgenden Terme soweit als möglich:</p> <p>a)</p> $\frac{(\sqrt[4]{a})^3 \cdot \sqrt[6]{b} \cdot \sqrt{b^{-1}}}{\left(\frac{1}{\sqrt[12]{a}}\right)^5 \cdot \sqrt[6]{b^{-5}} \cdot (\sqrt[3]{a})^2}$ <p>b)</p> $\frac{\frac{4x^2 - 9y^2}{(2x + 3y)^2} - \frac{2x + 3y}{2x - 3y}}{\frac{(2x + 3y)^2}{4x^2 - 9y^2} - \frac{4x^2 - 9y^2}{4x^2 + 12xy + 9y^2}}$	10
----	---	----

Gleichungen und Ungleichungen

2.	<p>a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden Gleichungssystems in $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$:</p> <p>1) $\frac{-2}{y-8} + \frac{2}{x-2y} = \frac{1}{3}$</p> <p>2) $\frac{3}{y-8} - \frac{3}{2y-x} = \frac{1}{4}$</p> <p>b) Bestimmen Sie die Definitions- und die Lösungsmenge folgender Gleichung in \mathbb{R}:</p> $2\sqrt{9x+4} - 3\sqrt{4x-11} = 5$	10
3.	<p>Sie zahlen CHF 1'000.- auf ein Sparkonto ein. Nach einem Jahr schreibt Ihnen die Bank die Zinsen für das ganze Jahr gut. Gleichzeitig zahlen Sie CHF 165.- ein. Am Ende des zweiten Jahres beträgt der Kontostand nach der Zinsgutschrift für das zweite Jahr CHF 1'242.-</p> <p>Mit wie viel Prozent wurde das Guthaben verzinst?</p>	10
4.	<p>Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge dieser Ungleichung in \mathbb{Q}:</p> $\frac{3}{x-1} + \frac{2}{x+1} > \frac{26}{x^2-1}$	10

5.	<p>Eine Produktionsfirma, welche Küchengeräte herstellt, benutzt für den Zusammenbau eines Kochherdes zwei Automaten. Sind beide Maschinen im Einsatz, braucht es 24 Stunden, um eine Transportladung fertigzustellen.</p> <p>Nun wird gerade eine weitere Transporteinheit erstellt, da fällt der Automat 1 nach drei Stunden aus. Der Schaden ist erst fünf Stunden später behoben. Automat 2 hat in dieser Ausfallzeit weiter zusammengebaut.</p> <p>Nach weiteren zwei Stunden Einsatz beider Maschinen ist ein Viertel der Transportmenge fertig gestellt.</p> <p>In wie vielen Stunden würde jeder Automat allein die Transporteinheit zusammenbauen?</p>	10
----	---	----

Funktionen

6.	<p>Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie in jedem Fall mathematisch oder in Worten.</p> <p>a) Der Punkt P (-4 1) liegt auf der Geraden $y = -\frac{1}{2}x - 1$</p> <p>b) Eine Gerade, welche durch die zwei Punkte Q (-3 -1) und R (3 1) geht, hat die Steigung 1.</p> <p>c) $\frac{-\frac{a}{b}}{-\frac{b}{a}} = -\frac{a^2}{b^2}$</p> <p>d) Die Funktion $y = -\frac{1}{x+3} + 1$ hat die waagrechte Asymptote $y = 1$</p> <p>e) Die Funktionen $y = \frac{1}{2}x + 2.5$ und $y = \frac{5}{8}x^2 - 2x - 5$ schneiden sich im Punkt (6 5.5).</p>	10
----	--	----

7.	<p>Die Kosten für die Produktion eines Hefters belaufen sich auf CHF 12.-. Dabei fallen Fixkosten von CHF 300.- an. Ab 50 Heftern wird ein Rabatt von 25 % auf die Stückkosten der zusätzlichen Exemplare wirksam.</p> <p>a) Ermitteln Sie die Kostenfunktionen.</p> <p>b) Stellen Sie die Funktionen grafisch in Excel (Tabelle A7) dar.</p> <p>Die Fixkosten haben sich aufgrund gestiegener Lohnkosten auf Fr. 390.- erhöht.</p> <p>c) Ab welcher Stückzahl muss nun der Rabatt von 25 % wirken, damit die Gesamtkosten ab 50 Heftern gleich wie bei der alten Preisstruktur sind?</p> <p>d) Ermitteln Sie die neuen Kostenfunktionen.</p> <p>e) Stellen Sie diese im gleichen Diagramm wie unter b) dar.</p>	10
8.	<p>Von einer Parabel sind drei Punkte bekannt: P (-6 -3), Q (-4 3), R (0 3)</p> <p>a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Parabel.</p> <p>b) Berechnen Sie in Excel die Nullstellen und den Scheitelpunkt der Parabel.</p> <p>c) Erzeugen Sie den Graphen in Excel.</p> <p>Eine Gerade g schneidet die y-Achse bei $y = 3$ und geht durch den Punkt (10 4).</p> <p>d) Geben Sie die Funktionsgleichung der Geraden g an und berechnen Sie die Schnittpunkte von g mit der Parabel auf Papier.</p> <p>e) Erweitern Sie das Diagramm aus c) um die Gerade g.</p>	

Optimierung

9. 10

Eine Metallwarenfabrik stellt unter anderem Waschmaschinen und Geschirrspüler her. Die Waschmaschinen und die Geschirrspüler werden in den gleichen Werkstätten hergestellt. Sie durchlaufen die Spenglerei, die Montagewerkstätte sowie - nur die Geschirrspüler - die Schlosserei. Die Zeiten, während denen in den einzelnen Werkstätten an jeder Waschmaschine und an jedem Geschirrspüler gearbeitet wird, sind in der unten angeführten Tabelle ersichtlich. Angegeben ist auch die monatliche Kapazität (mögliche gesamte Betriebsdauer pro Monat) einer jeden Werkstätte.

Wie viele Waschmaschinen und Geschirrspüler müssen unter Berücksichtigung der Kapazitäten hergestellt werden, um maximalen Gewinn zu erzielen?

	Waschmaschine	Geschirrspüler	
Verkaufspreis/Stück (Fr.)	2000.-	1600.-	
Selbstkosten/Stück (Fr.)	1600.-	1100.-	
Gewinn/Stück (Fr.)	400.-	500.-	monatliche Kapazität (Std.)
Fertigungszeiten (Std./Stück)			
Spenglerei	1	2	160
Schlosserei	0	3	210
Montagewerkstätte	1	1	120

- Stellen Sie das lineare System und die Zielfunktion auf.
- Zeichnen Sie den Graphen des Systems und der Zielfunktion und bestimmen Sie das Gewinnmaximum auf das beigelegte Millimeterpapier.
- Wie viel Kapazitäten (in Std.) bleiben beim Gewinnmaximum in den einzelnen Werkstätten noch frei?