Lösungen Mathematikmatura 2008

Aufgabe 1

a)

$$\sqrt[4]{\frac{a^{-3}\cdot\left(\sqrt[5]{a}\cdot a^{3}\right)^{2}}{\sqrt[5]{a^{-3}}}}=$$

$$\sqrt[4]{\frac{a^{-3}\cdot\left(a^{\frac{16}{5}}\right)^{2}}{a^{-\frac{3}{5}}}}=$$

pro f(-1)
schwerer Fehler -3

$$\left(a^{-3+\frac{32}{5}+\frac{3}{5}}\right)^{\frac{1}{4}}=$$

5 Pkt

$$a^{-\frac{20}{5}\cdot\frac{1}{4}}=a^{1}=a$$

b)

$$\frac{\frac{x-y}{\frac{0.5}{2}}}{\frac{x+1}{y}-\frac{y+1}{x}}:\frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{xy}}=$$

$$\frac{2(x-y)(x+y)}{2}:\frac{\frac{x(x+1)}{xy}-\frac{y(y+1)}{xy}}{\frac{y}{xy}+\frac{x}{xy}+\frac{1}{xy}}=$$

$$(x-y)(x+y):\frac{\frac{x(x+1)-y(y+1)}{xy}}{\frac{x+y+1}{xy}}=$$

$$(x-y)(x+y)\cdot\frac{x+y+1}{x^{2}+x-y^{2}-y}=$$ → (4 Pkt)

$$(x-y)(x+y)\cdot\frac{x+y+1}{(x-y)(x+y)+x-y}=$$

5 Pkt

$$(x-y)(x+y)\cdot\frac{x+y+1}{(x-y)(x+y+1)}=\mathrm{x+y}$$

10 Pkt

Aufgabe 2

a) **ID = Q\{1.5;4} X Q\{-3;0.2}**

$$1)\frac{3}{2x-3}=\frac{10y}{1-5y}+2$$

$$\frac{3}{2x-3}=\frac{10y+2-10y}{1-5y}$$

$$\frac{3}{2x-3}=\frac{2}{1-5y}$$

$$3-15y=4x-6$$

$$4x+15y=9$$

$$2)\frac{x-2}{x-4}=\frac{y+5}{y+3}$$

$$xy+3x-2y-6=xy+5x-4y-20$$

$$2x-2y=14\,|\cdot(-2)$$

$$-4x+4y=-28$$

$$1)4x+15y=9$$

$$1)+2)19y=-19$$

$$y=-1$$

$$2x=-2+14$$

$$x=6$$

$$L=\{(6\,|\,-1)\}$$

5

b) **ID = IR \ {2}**

$$\sqrt[5x-10]{243}=\frac{1}{3^{\frac{x}{2-x}}}$$

$$243^{\frac{1}{5x-10}}=3^{-\frac{x}{2-x}}$$

$$243^{\frac{1}{5(x-2)}}=3^{\frac{x}{x-2}}\,|\log$$

$$\frac{1}{5(x-2)}\log 243=\frac{x}{x-2}\log 3\,|\,\frac{5(x-2)}{\log 3}$$

$$\frac{\log 243}{\log 3}=\frac{5x(x-2)}{x-2}\,|:5$$

$$1=x$$

L={1}

$$\sqrt[5x-10]{243}=\frac{1}{3^{\frac{x}{2-x}}}$$

$$243^{\frac{1}{5x-10}}=3^{-\frac{x}{2-x}}$$

$$243^{\frac{1}{5(x-2)}}=3^{\frac{x}{x-2}}$$

$$\sqrt[5]{243^{\frac{1}{(x-2)}}}=3^{\frac{x}{x-2}}$$

$$3^{\frac{1}{(x-2)}}=3^{\frac{x}{x-2}}$$

$$\frac{1}{(x-2)}=\frac{x}{x-2}\,|\cdot(x-2)$$

$$1=x$$

5

10 P

Aufgabe 3

a)

Analyse

	geplant	tatsächlich
Hypobetrag	x	x + 60'000
Zinsatz	y	y
Zins	17'600	22'400

x = geplanter Hypokredit in CHF
y = Hypo-Zinssatz in %

oder

1) x * y/100 = 17600
60000 * y/100 = 22'400 - 17'600

2) (x+60000)*y/100 = 22400
xy/100 + 600y = 22400
2) - 1) 600y = 4800
y = 8
x * 8/100 = 17600
x = 220000

5

b)

Zinsformel $z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$

p 5%
t 5 mt 150 d
K + z = 6'513.50

x = Kapital in CHF

wenn keine Zeit $(\frac{1}{n}) \rightarrow 2$

$$K + z = K + \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$$

$$x + x\frac{5 \cdot 5}{100 \cdot 12} = 6513.5$$

$$x\left(1 + \frac{5 \cdot 5}{100 \cdot 12}\right) = 6513.5 \,|:\left(1 + \frac{5 \cdot 5}{100 \cdot 12}\right)$$

5

x = 6380.57143

Das Schuld belief sich auf CHF 6'380.60.

10 Pkt

Aufgabe 4

$|D = Q^+ \text{ X } Q^+$

	Sommer	Januar
Betrag	12'480	8'120
Literpreis	x	x + 0.12
Menge	y	y - 5'000

2

1) $y = 12'480/x$
2) $y - 5'000 = 8'120/(x + 0.12)$ } 4 $\quad | + 5'000$

1) = 2) $\quad 12'480/x = 8'120/(x + 0.12) + 5'000 \quad | x(x + 0.12)$

$12'480x + 1'497.6 = 8'120x + 5'000x^2 + 600x$

$5'000x^2 - 3'760x - 1'497.6 = 0$ 2

$x^2 - 0.752x - 0.29952 = 0$

1.04
-0.288

$y = 12'480/x =$ 12000 } 2

+

Resultate

	Literpreis	*Menge*	*Probe*
Sommer	1.04	12000	12480
Januar	1.16	7000	8120

10 Pkt

Aufgabe 5

a) richtig: $\left(\left(-a^2\right)^3\right)^3 = \left(-a^{2\cdot 3}\right)^3 = -a^{2\cdot 3\cdot 3} = -a^{18}$ 2

b) richtig: $800'000\frac{km}{\sec} = 8\cdot 10^5\, km \cdot \frac{1}{\sec}$ 2

c) richtig: $\frac{64-24}{-8-5} + \frac{40}{5+8} = -\frac{40}{13} + \frac{40}{13} = 0$ 2

d) falsch:

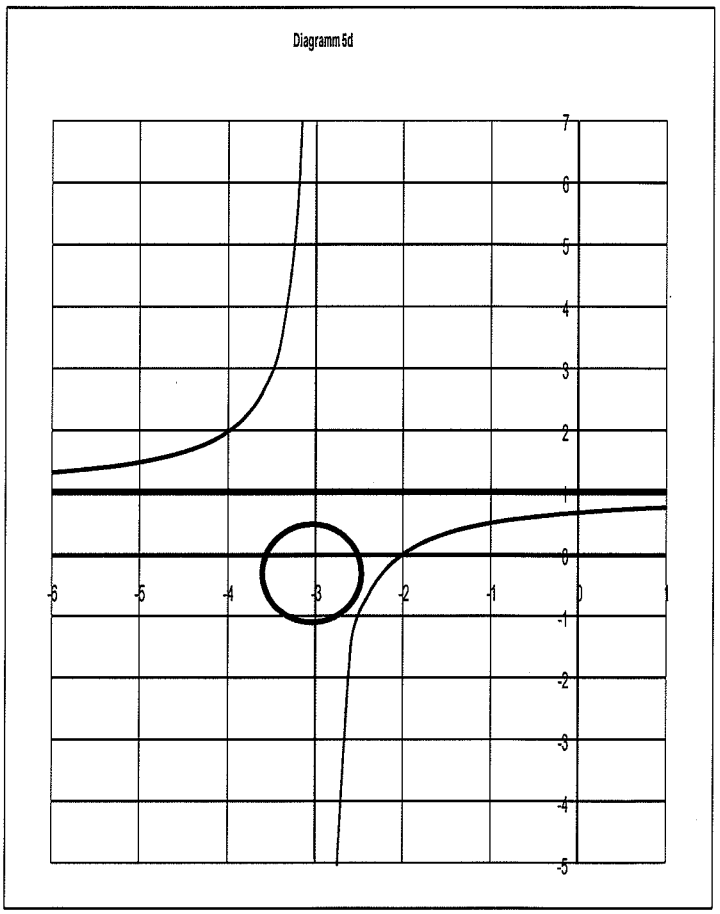
$$y = -\frac{1}{x+3} + 1$$

$$y - 1 = -\frac{1}{x+3}$$

$$x + 3 = -\frac{1}{y-1}$$

$$x = -\frac{1}{y-1} - 3$$

2



e) falsch:

$$\log_b \sqrt[3]{5} = \frac{1}{3}$$

$$\log_b 5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 5$$

2

10 Pk

Aufgabe 6

a) Kostenfunktion ShirtXpress:

$$m = \frac{320-240}{35-25} = \frac{80}{10} = 8$$

$y = 8x + q \Rightarrow 240 = 8 \cdot 25 + q$ 2

$q = 240 - 200 = 40$

$y = 8x + 40$ } 4

Kostenfunktionen Printprint

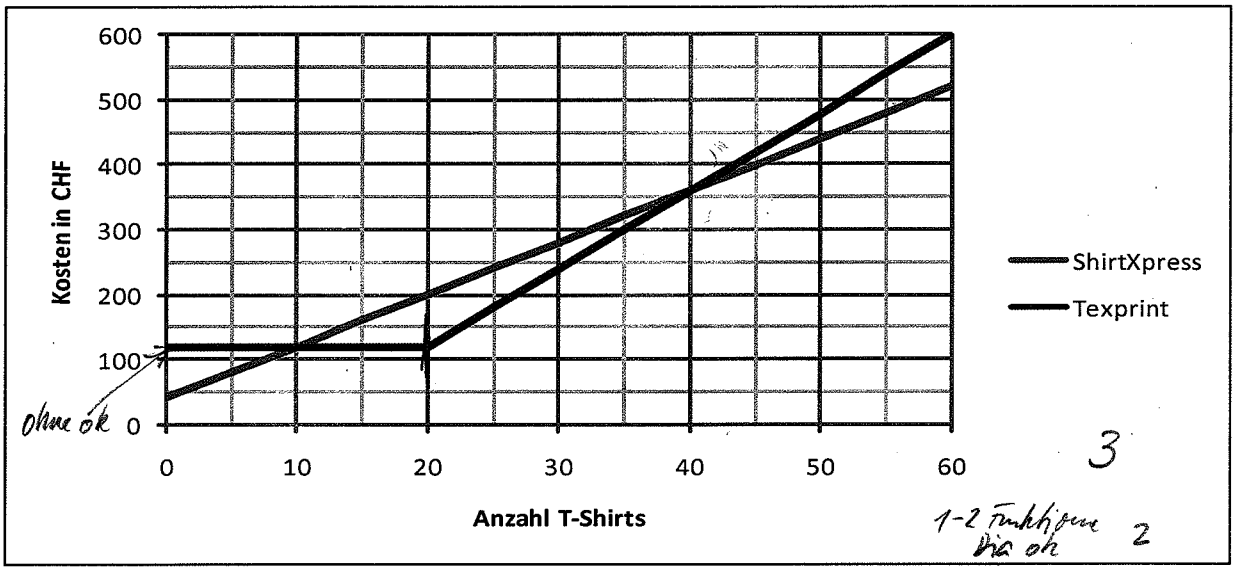
$y = 120 \; für : x \leq 20$

$y = 12x + q \Rightarrow 120 = 12 \cdot 20 + q$

$q = 120 - 12 \cdot 20 = -120$

$y = 12x - 120 \; für : x > 20$ 2

b) Graph



x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
ShirtXpress	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480	520
Texprint	120	120	120	120	120	180	240	300	360	420	480	540	600

c) ShirtXpress verlangt **CHF 8 für ein T-Shirt**. Die **Pauschale beträgt CHF 40**. *(aus Tabelle ablesbar)* 1

d) Gleichheit der Angebote bei: *(aus Tabelle ablesbar)*

Anzahl Shirts	Kosten
10	120
40	360

1 ← 1 SP genügt

e) 55 T-Shirts bei ShirtXpress kosten CHF 480. Bei Texprint erhielte man für die CHF 480 **5 T-Shirts weniger** (50 bei Texprint). 1

Aufgabe 7

$p:(2|-8);(-3|9)$

$h:m=\frac{1}{4};(8|0);(-8|y)$

a) $h:y=\frac{1}{4}x+q \Leftrightarrow 0=\frac{1}{4}\cdot 8+q \Rightarrow q=-2$

$h:y=\frac{1}{4}x-2$ 2

b) 1) $(2|-8)$ $4a+2b+c=-8$

2) $(-3|9)$ $9a-3b+c=9$

2) $(-8|-4)$ $64a-8b+c=-4$

$2)-1)$ $5a-5b=17$

$3)-2)$ $55a-5b=-13$

$(3)-2))-((2)-1))$ $50a=-30$

$a=-\frac{3}{5}$

$-5\cdot\frac{3}{5}-5b=17$

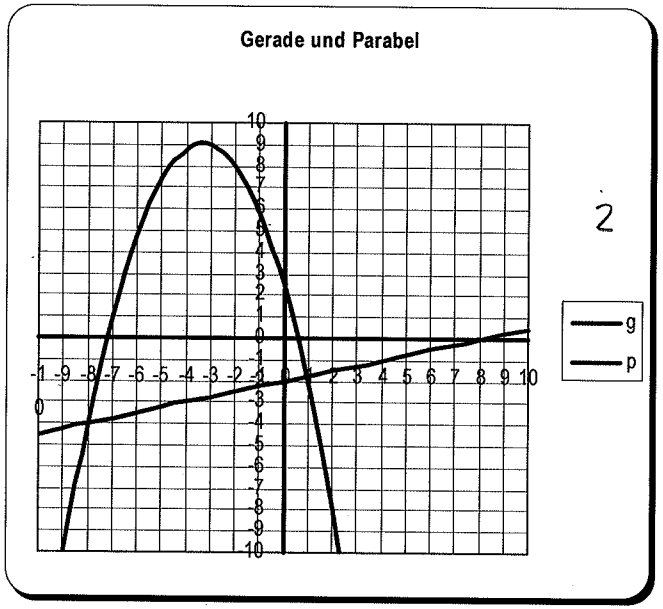
$5b=20 \Rightarrow b=-4$

1) $-4\cdot\frac{3}{5}-2\cdot 4+c=-8$

$c=-8+8+2\frac{2}{5} \Rightarrow c=\frac{12}{5}$

$g:y=-\frac{3}{5}x^2-4x+2\frac{2}{5}$ 3

c)



2

d)

Berechnung der Nullstellen

$-\frac{3}{5}x^2-4x+2\frac{2}{5}=0$

	a	b	c
	-0.6	-4	2.4
x_1	-7.2206		-7.22
x_2	0.554		0.55
y_1	-3.8052		-3.81
y_2	-1.8615		-1.86
P_1	**(-7.22 | -3.81)**		
P_2	**(0.55 | -1.86)**		

2

Berechnen des Scheitelpunktes

x_s =	-3.33	-3.33
y_s =	9.067	9.07
S =	**(-3.33 | 9.07)**	

1

TOP4

Aufgabe 8

x = Anz. Modell 1 y = Anz. Modell 2 **ID = NXN**

a)

① $x \geq 5$

② $y \geq 5$

③ $1125x + 900y \leq 18'000 \Leftrightarrow y \leq -\frac{5}{4}x + 20$

④ $x \geq \frac{4}{5}y \Leftrightarrow y \leq \frac{5}{4}x$

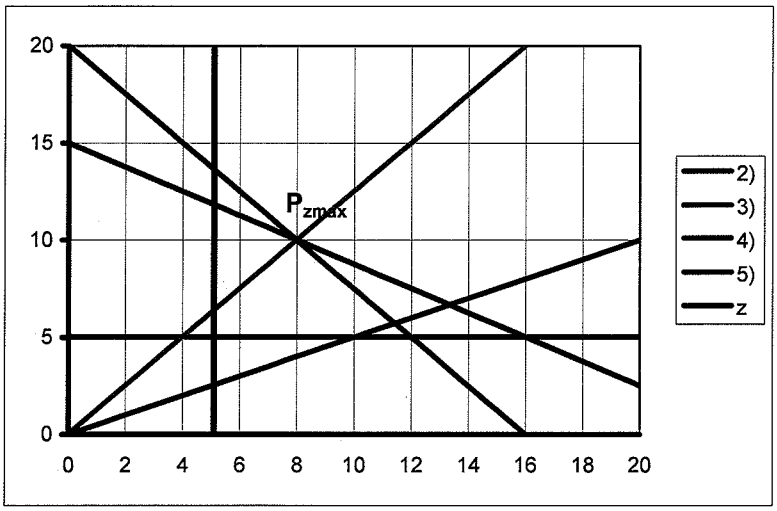
⑤ $x \leq 2y \Leftrightarrow y \geq \frac{x}{2}$

4

Gewinnfunktion

$z = 250x + 400y \Leftrightarrow y = -\frac{5}{8}x + \frac{z}{400}$ 1

b)



3

c) Optimale Menge (8 | 10) 1

8 Modelle 1 und 10 Modelle 2

d) Gewinn:

z = 8 * 250 + 10 * 400 = Fr. 6'000 1

x	0	5	8	10	15	20	25	30	35	40	45	50
2)	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
3)	20	13.75	10	7.5	1.25	-5	-11.3	-17.5	-23.8	-30	-36.3	-42.5
4)	0	6.25	10	12.5	18.75	25	31.25	37.5	43.75	50	56.25	62.5
5)	0	2.5	4	5	7.5	10	12.5	15	17.5	20	22.5	25
z	15	11.88	10	8.75	5.625	2.5	-0.63	-3.75	-6.88	-10	-13.1	-16.3

10 Pkt

Aufgabe 9

he = Herren
me = Menzi

Ko_{me}	?			
q	1.0625	n_{he1}	20	
n_{me1}	25	r_{he1}	6000	nachschüssig
n_{me2}	15			
vorschüssig				

$K_{65me} = K_{65he}$

r_{he2} 25000

$K_{65} = r_{he1}*(1-q^{n_{he1}})/(1-q)$

K65 = 226'737.93 2

a) **Ko_{me}** **49'808.18** 2

$Kn_{he} = 0$

$Kn_{he} = K_{65} * q^{n_{he2}} - r_{he2}*(1-q^{n_{he2}})/(1-q)$

$$K_n = K_0 \cdot q^n - r \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$

$$K_0 \cdot q^n = \cdot \frac{r}{1-q} - \frac{rq^n}{1-q}$$

$$K_0 \cdot q^n + \frac{rq^n}{1-q} = \frac{r}{1-q}$$

$$q^n \cdot \left(K_0 + \frac{r}{1-q} \right) = \frac{r}{1-q}$$

$$q^n = \frac{\frac{r}{1-q}}{K_0 + \frac{r}{1-q}}$$

$$n \cdot \log(q) = \log\left(\frac{\frac{r}{1-q}}{K_0 + \frac{r}{1-q}} \right)$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{\frac{r}{1-q}}{K_0 + \frac{r}{1-q}} \right)}{\log(q)}$$ 3

b) **n =** **13.8**

Ungefähr 14 mal

$$K_n = K_{65} \cdot q^{15} - rq\frac{1-q^{15}}{1-q}$$

c) Rente von R. Menzi: r_{me}

$$K_{65} \cdot q^{15} = rq\frac{1-q^{15}}{1-q}$$

$$r = \frac{K_{65} \cdot q^{15}}{q\frac{1-q^{15}}{1-q}}$$ 2

c) **r =** **22'332.61**