



Berufsmaturitätsprüfung

Mathematik 2017

BM-Ausrichtung Wirtschaft und Dienstleistungen, Typ Wirtschaft

Prüfungsbedingungen

- Erlaubte Hilfsmittel: netzunabhängiger, nicht programmierbarer Taschenrechner (keine CAS-Rechner) sowie die Formelsammlung des Lehrmittels „Mathematik in der Wirtschaftsschule“, whv-Verlag, keine Mobiles.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich und dargestellt sein. Gefordert ist auch eine klare Beschriftung aller Grafiken.
- Die Resultate müssen eindeutig markiert und dargestellt werden. Textaufgaben verlangen einen Lösungssatz.
- Doppellösungen und unbelegte Resultate werden nicht bewertet.
- Ungültige Lösungen und Lösungsansätze müssen durchgestrichen werden.
- Alle Aufgaben sind auf den dafür vorgesehenen Lösungsbereichen innerhalb dieses Dossiers zu lösen. Allfällig verwendete Zusatzblätter werden nicht bewertet.
- Platz für zusätzliche Berechnungen finden Sie ab Seite 25.

Prüfungsdatum: Donnerstag, 8. Juni 2017, 08.00-10.00 Uhr (120 Minuten)

LÖSUNGEN

Aufgabe	Maximale Punktzahl	Erreichte Punktzahl
1	7	
2	4	
3	4	
4	6	
5	6	
6	7	
7	8	
8	4	
9	11	
10	4	
11	8	
12	6	
13	7	
14	6	
Total	88	
NOTE		

Sperrfrist:

Diese Prüfungsaufgaben dürfen nicht vor dem **1. September 2018** zu Übungszwecken verwendet werden.

Experte 1:

Experte 2:



Aufgabe 1 **Grundlagen** **7 Punkte**

a) Zu welchen Zahlenmengen gehören folgende Zahlen? Geben Sie nur die kleinste mögliche Zahlenmenge an. Zur Auswahl stehen \mathbb{Q} , \mathbb{Z} , \mathbb{R} und \mathbb{N} .

Nr.	Zahl	Zahlenmenge	Nr.	Zahl	Zahlenmenge
a)	17	\mathbb{N}	d)	$4 + \sqrt{5}$	\mathbb{R}
b)	- 5	\mathbb{Z}	e)	0	\mathbb{Z} oder \mathbb{N}_0
c)	$-\frac{2}{3}$	\mathbb{Q}	f)	$\sqrt{4}$	\mathbb{N}

b) Zerlegen Sie die Summen und Differenzen in so viele Faktoren wie möglich.

$$32r^2 - 48rs + 18s^2 \Rightarrow \underline{2(4r - 3s)^2}$$

$$625a^4 - 81b^4 \Rightarrow \underline{(25a^2 + 9b^2)(5b + 3b)(5a - 3b)}$$

Punkte		Kriterium
a)	3	Pro Fehler 1 Punkt Abzug
b)	4	Pro Teilaufgabe 2 Punkte; pro Fehler 1 Punkt Abzug

Aufgabe 2 **Grundlagen** **4 Punkte**

Vereinfachen Sie die folgenden Produkte resp. Quotienten soweit wie möglich.

a) $\frac{8}{(4a - 4b)^3} \cdot (2b - 2a)^3 \Rightarrow \underline{-1}$

b) $\frac{18a^2b^3}{4ab} : \frac{27a^2b}{2ab} \Rightarrow \underline{\frac{b^2}{3}}$

Punkte	Kriterium
4	Pro Teilaufgabe 2 Punkte, pro Fehler -1P



Aufgabe 3

Lineare Gleichungen

4 Punkte

Bestimmen Sie für die Variable x die Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichung in der Grundmenge \mathbb{Q} .

$$m - \frac{n}{x} = m + n$$

Lösung:

$$D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$$

$$m - \frac{n}{x} = m + n$$

$$-n = nx \quad | : n$$

$$x = -1$$

$$L = \{-1\} \wedge n \neq 0$$

Punkte	Kriterium
1	Definitionsmenge
2	Berechnung von x
1	Lösungsmenge, inklusive Ausschluss von $n \neq 0$

Aufgabe 4

Quadratische Gleichungen

6 Punkte

Bestimmen Sie für die Variable x die Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichung in der Grundmenge \mathbb{R} .

$$\frac{10}{x-4} - \frac{2x-15}{2-2x} = 1.5$$

Lösung:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$$

$$\frac{10}{x-4} - \frac{2x-15}{2-2x} = 1.5 \quad | \cdot (x-4)(2-2x)$$

$$20 - 20x - 2x^2 + 23x - 60 = -3x^2 + 15x - 12$$

$$x^2 - 12x - 28 = 0$$

$$(x-14)(x+2) = 0$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 14$$

$$L = \{-2; 14\}$$

Punkte	Kriterium
1	Definitionsmenge
4	Berechnung der beiden Lösungen; pro Fehler -2 Punkte
1	Lösungsmenge



Aufgabe 5

Textaufgaben

6 Punkte

In einem halben Jahr müssen Sie für ein Darlehen CHF 210.- Zinsen bezahlen. Wäre das Darlehen CHF 1'600.- kleiner und der Zinssatz 0.4% tiefer, so wäre der Zins in 9 Monaten CHF 6.- kleiner.

Wie gross ist das ursprüngliche Darlehen und wie hoch ist der ursprüngliche Zinssatz in Prozenten?

Notieren Sie die Definition(en), stellen Sie die Gleichung(en) auf und notieren Sie die Definitionsmenge(n). **Die Gleichung(en) ist/sind nicht zu vereinfachen und nicht aufzulösen!**

Lösung:

x: Höhe des ursprünglichen Darlehens in CHF

y: ursprünglicher Zinssatz in Prozent

$$(1) \frac{x \cdot y \cdot 6}{100 \cdot 12} = 210$$

$$(2) \frac{(x - 1'600) \cdot (y - 0.4) \cdot 9}{100 \cdot 12} = 210 - 6 = 204$$

$$D_x = \mathbb{Q} \quad D_y = \mathbb{Q}$$

Punkte	Kriterium
1	x und y definieren, Masseinheiten müssen vorhanden sein!
4	2 Punkte pro Gleichung
1	Definitionsmengen

Aufgabe 6

Textaufgaben

7 Punkte

Die vier Kollegen Andy, Björn, Chris und Donat teilen sich eine 5-Zimmer-Wohnung in der Stadt St. Gallen. Da nicht alle Zimmer gleich gross sind, verteilen die Vier die Mietkosten von total CHF 1'820.- nach einem Verteilschlüssel.

Andy bezahlt CHF 70.- mehr als Donat. Björn zahlt 1/5 mehr als Andy und Donat 25% mehr als Chris.

Wie viele CHF muss jeder der vier übernehmen? Beträge sind korrekt auf 5 Rappen zu runden. Bestimmen Sie die Definitionen, die Definitionsmenge sowie die Mietkostenanteile der vier Kollegen.



Lösung:

x: Anteil von Donat in CHF

Name	Anteil
Andy	$x + 70$
Björn	$\frac{(x + 70) \cdot 6}{5} = 1.2x + 84$
Chris	$0.8x$
Donat	x

$$x + 70 + 1.2x + 84 + 0.8x + x = 1'820$$

$$D = \mathbb{Q}^+$$

$$4x = 1'820$$

$$x = 416.50$$

Andy bezahlt CHF 486.50, Björn CHF 583.80.-, Chris CHF 333.20 und Donat CHF 416.50.

Punkte	Kriterium
1	x definieren, Masseinheit muss vorhanden sein!
1	Definitionsmenge
3	Anteile der drei weiteren Bewohner mithilfe von x ausdrücken
1	x berechnen
1	Antwortsatz mit Masseinheit



Aufgabe 7

Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

8 Punkte

Bestimmen Sie durch Ankreuzen die richtigen Lösungen. Es ist jeweils eine Antwort richtig. Falls Resultate nicht ganzzahlig sind, sind diese korrekt auf fünf Kommastellen zu runden.

a)

	Lösung	
$\left(\frac{a^{-3}b^2}{a^2b^{-3}}\right)^{-2}$	$\left(\frac{b}{a}\right)^{-10}$	<input checked="" type="checkbox"/>
	$\frac{a^{-2}}{b^{-2}}$	<input type="checkbox"/>
	$\frac{b^{10}}{a^{10}}$	<input type="checkbox"/>
	$\frac{a^5}{b^5}$	<input type="checkbox"/>

b)

	Lösung	
$\log_{2x}1024 = 5$	$L = \{3.48220\}$	<input type="checkbox"/>
	$L = \{2\}$	<input checked="" type="checkbox"/>
	$L = \{2.52383\}$	<input type="checkbox"/>
	$L = \{32\}$	<input type="checkbox"/>



Berufsfachschulen in den Kantonen St. Gallen, Appenzell AI und AR und Glarus
 Berufsmaturität

c)

	Lösung	
$\sqrt[\frac{1}{3}]{\frac{b^{27}}{8}}$	$\frac{b^9}{2}$	<input type="checkbox"/>
	$\frac{b^3}{2}$	<input type="checkbox"/>
	$\frac{b^{81}}{512}$	<input checked="" type="checkbox"/>
	$\frac{b^{19683}}{512}$	<input type="checkbox"/>

d)

	Lösung	
$6^{(2x-5)} = 279'936$	$L = \{6\}$	<input checked="" type="checkbox"/>
	$L = \{1\}$	<input type="checkbox"/>
	$L = \{23'330.5\}$	<input type="checkbox"/>
	$L = \{2,57143\}$	<input type="checkbox"/>

Punkte	Kriterium
8	Pro Teilaufgabe 2 Punkte

Aufgabe 8

Lineare Funktionen

4 Punkte

Die Gerade h_5 verläuft durch die Punkte A (1.8|3.8) und B (-3.2|-2.2). Berechnen Sie die Normalform der Geraden h_5 und die Koordinaten des Schnittpunktes dieser Geraden mit der x-Achse. Runden Sie auf 2 Dezimalstellen.

Lösung:

$$m = \frac{-2.2-3.8}{-3.2-1.8} = \frac{6}{5}$$

$$3.8 = 1.2 \times 1.8 + q \quad \Rightarrow \quad q = 1.64$$

$$h_5: y = 1.2x + 1.64$$

$$0 = 1.2x + 1.64 \quad \Rightarrow \quad x = -1.37$$

$$S_x (-1.37|0)$$

Punkte	Kriterium
2	Funktionsgleichung Gerade h_5 : m 1 Punkt, q 1 Punkt
2	1 Punkt je Koordinate von S_x



Aufgabe 9

Betriebswirtschaftliche Funktionen

11 Punkte

An einem Open-Air-Festival offeriert der Veranstalter drei teilnehmenden Rockbands folgende Honorarangebote:

Band „Alpha-Up“ erhält eine Startpauschale von CHF 50'000.- und einen Anteil von CHF 1.50 pro Festivalbesucher.

Stil-Band „Bandit-2“ ist ebenso an den Einnahmen der Festivalbesucher beteiligt und erhält bei 25'000 Besuchern CHF 90'000.-. Kommen jedoch 60'000 Besucher, so beträgt ihr Honorar CHF 118'000.-.

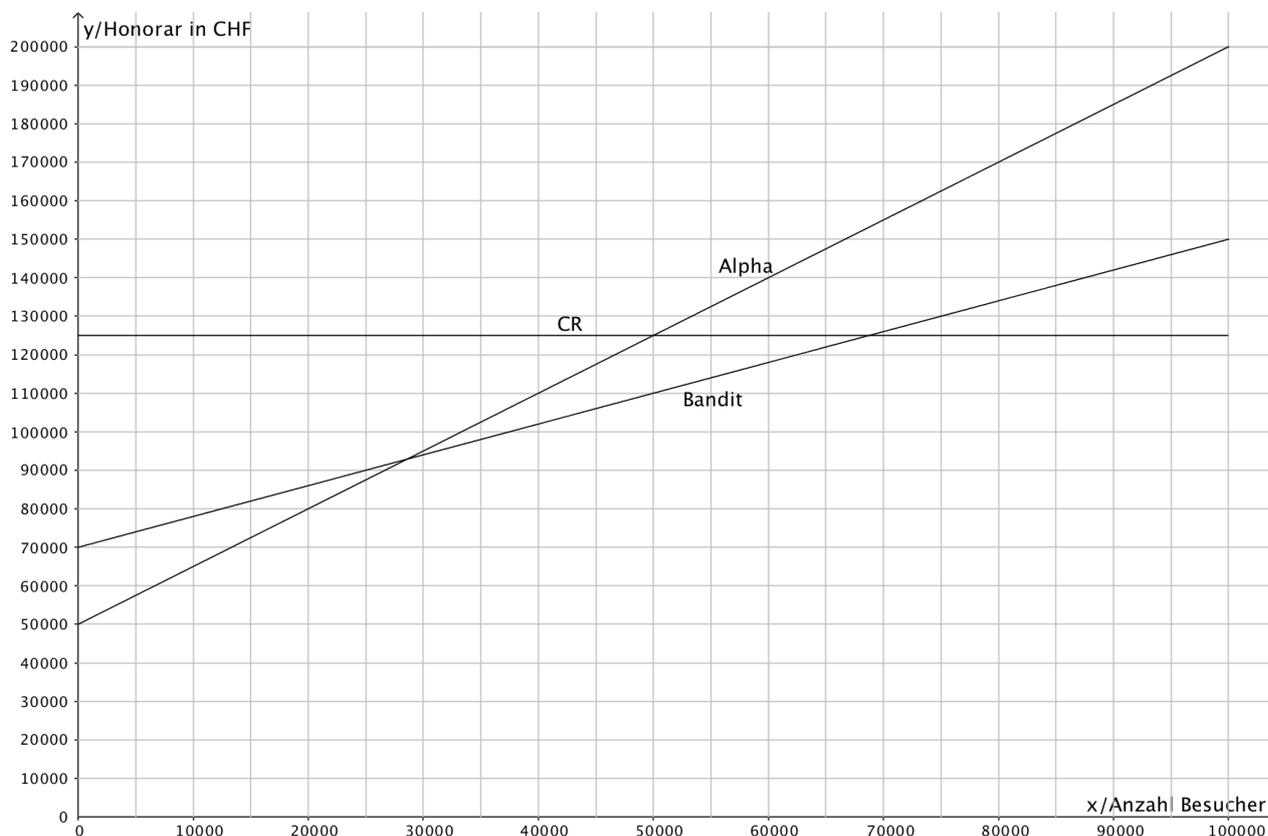
Band „CR-9“ erhält einen pauschalen Fixbetrag von CHF 125'000.-.

- a) Bestimmen Sie die linearen Funktionsgleichungen für die drei Bands (x : Anzahl Konzertbesucher, y : Honorar in CHF).
b) Stellen Sie die drei Honorarfunktionen im nachfolgenden Koordinatensystem graphisch dar. ($0 < x < 100'000$)

Lösung:

a) x : Anzahl Konzertbesucher, y : Honorar in CHF: Definitionsmengen $D = \mathbb{N} \times \mathbb{Q}^+$

- b) Funktionen:
- | | |
|------------|---------------------|
| „Alpha-Up“ | $y = 1.5x + 50'000$ |
| „Bandit-2“ | $y = 0.8x + 70'000$ |
| „CR-9“ | $y = 125'000$ |





Berufsfachschulen in den Kantonen St. Gallen, Appenzell AI und AR und Glarus
 Berufsmaturität

c) Berechnen Sie die Besucherzahl, bei der Band „Alpha-Up“ und „Bandit-2“ gleich grosse Honorare bekommen. Wie viel beträgt das Honorar (auf ganze CHF runden)?

$$1.5x + 50000 = 0.8x + 70000 \Rightarrow x = 28571.42 \text{ (richtig runden)}$$

Minimale Besucherzahl: 28'572 Das Honorar beträgt CHF 92'858.-.

d) Am Open-Air-Festival kommen 82'000 Besucher. Welche Band bekommt das höchste Honorar? Berechnen Sie dieses Honorar.

„Alpha-Up“ $y = 1.5x + 50000 \Rightarrow$ CHF 173'000.-

„Bandit-2“ $y = 0.8x + 70000 \Rightarrow$ CHF 135'600.-

„CR-9“ $y = 125000 \Rightarrow$ CHF 125'000.-

Punkte	Kriterium
4	1 Punkt je für Alpha-Up und CR-9; 2 Punkte für Bandit-2
3	1 Punkt je Graph der drei Funktionen
2	1 Punkt Besucherzahl (richtig gerundet!); 1 Punkt Honorar
2	Antwort „Alpha-Up“ (1 Punkt) mit korrektem Honorar und Masseinheit (1 Punkt)

Aufgabe 10 Quadratische Funktionen 4 Punkte

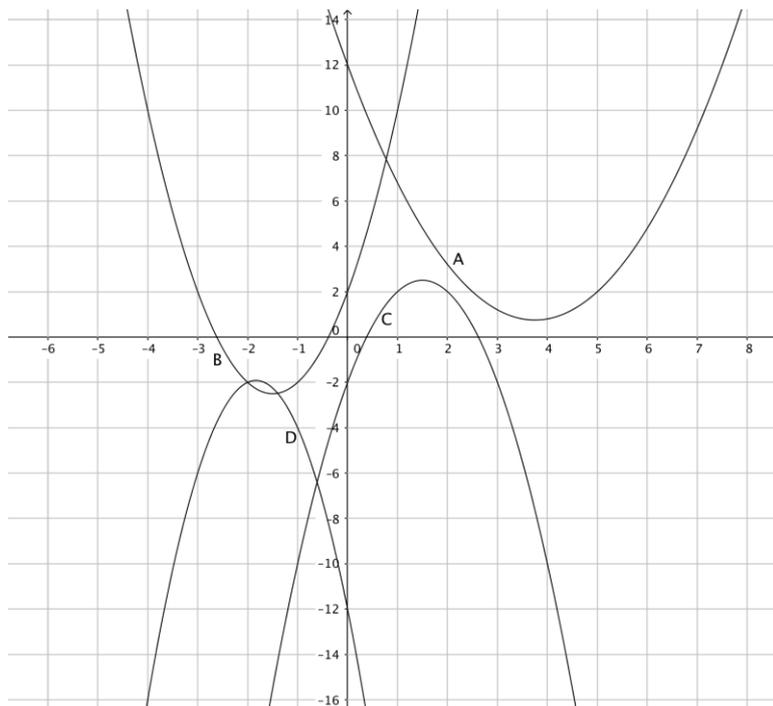
Ordnen Sie nachfolgende Funktionsgleichungen den abgebildeten Graphen A – D zu.

Funktionsgleichungen: Nr. 1: $y = x^2 + 6x + 2$

Nr. 2: $y = 0.8x^2 - 6x + 12$

Nr. 3: $y = -2x^2 + 6x - 2$

Nr. 4: $y = -3x^2 - 11x - 12$



Zuordnung:

Graph Funktionsgleichung

A Nr. 2

B Nr. 1

C Nr. 3

D Nr. 4

Punkte	Kriterium
4	Pro Zuordnung 1 Punkt



Aufgabe 11

Potenz- und Wurzelfunktionen

8 Punkte

Gegeben ist die Potenzfunktion $f: y = \frac{1}{4}x^3$.

- Skizzieren Sie die Potenzfunktion f mit Hilfe einer Wertetabelle im untenstehenden Koordinatensystem. $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 3\}$.
- Bestimmen Sie die Umkehrfunktion g zur Potenzfunktion f .
- Skizzieren Sie die Umkehrfunktion g im Koordinatensystem auf S.18.
 $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 3\}$.
- Bestimmen Sie mit Hilfe der Graphik die Koordinaten der Schnittpunkte von f und g und beschriften Sie die Punkte in der Grafik.

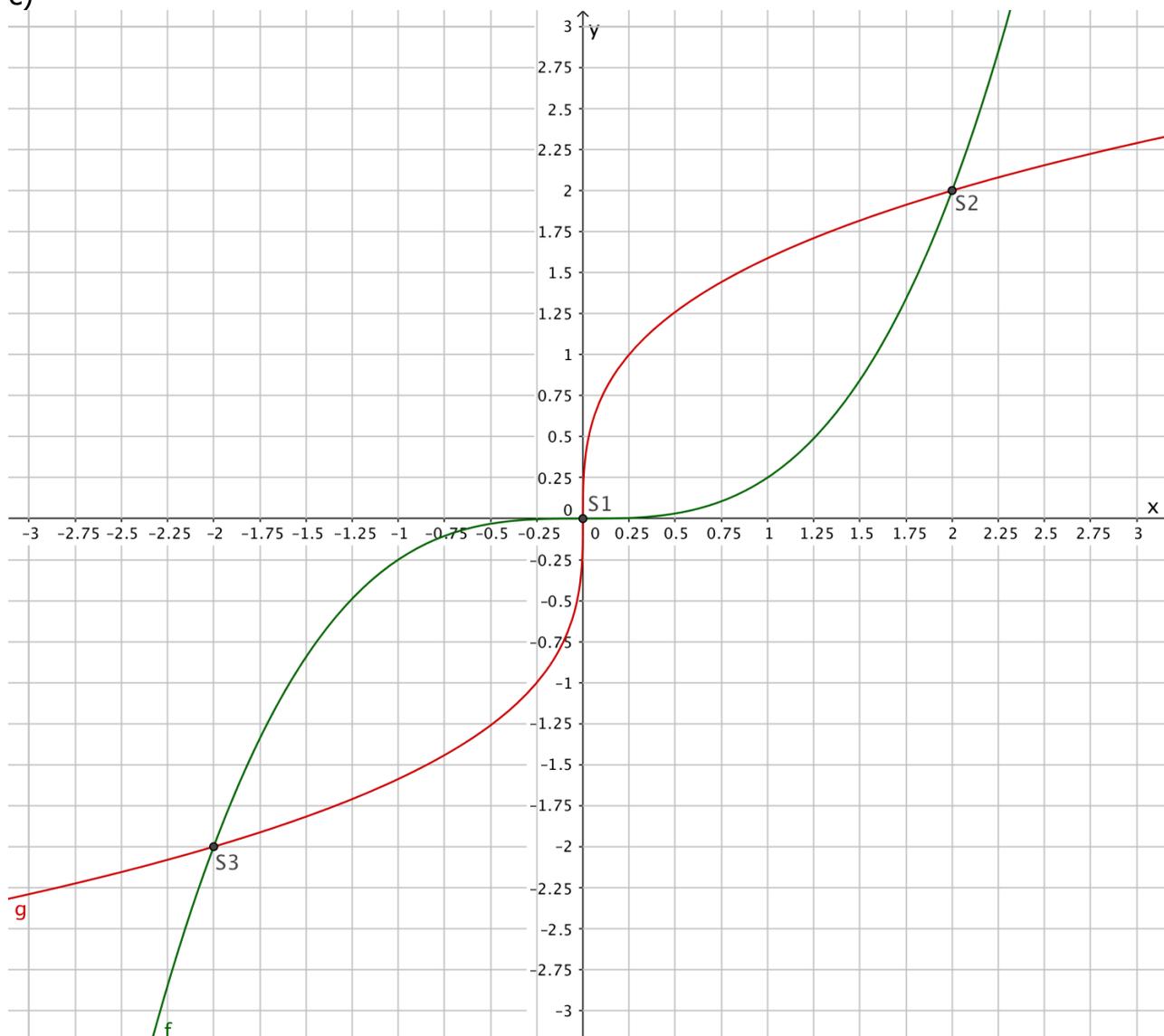
Lösung:

- Wertetabelle für f ; mit TR TI-30X Plus Multiview

x	-3	-2.25	-2	-1.5	-1	0	1	1.5	2	2.25	3
y	-6.75	-2.85	-2	-0.85	-0.25	0	0.25	0.85	2	2.85	6.75



c)



b) $g: y = \sqrt[3]{4x}$

c) Skizzieren mit Spiegelung an $y = x$, oder mit neuer Wertetabelle (siehe Grafik oben, rote Funktion g)

d) drei Schnittpunkte: $S_1 (0|0)$, $S_2 (2|2)$, $S_3 (-2|-2)$

Punkte	Kriterium
1	Wertetabelle mit x-Werten aus positivem und negativem Bereich, sowie dem Nullpunkt!
1	Grafik für f einzeichnen
2	Umkehrfunktion
1	Grafik für g in Koordinatensystem einzeichnen
3	1 Punkt je Schnittpunkt; 1 Punkt Abzug bei fehlender Beschriftung



Aufgabe 12

Datenanalyse

6 Punkte

Die untenstehende Tabelle zeigt die durchschnittliche monatliche Niederschlagsmenge in Millimeter für St. Gallen (Daten wurden erhoben im Zeitraum 1981-2010).

Niederschlagsmenge in St. Gallen

Monat	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Niederschlag in mm	60	55	85	100	140	150	170	165	135	90	90	80

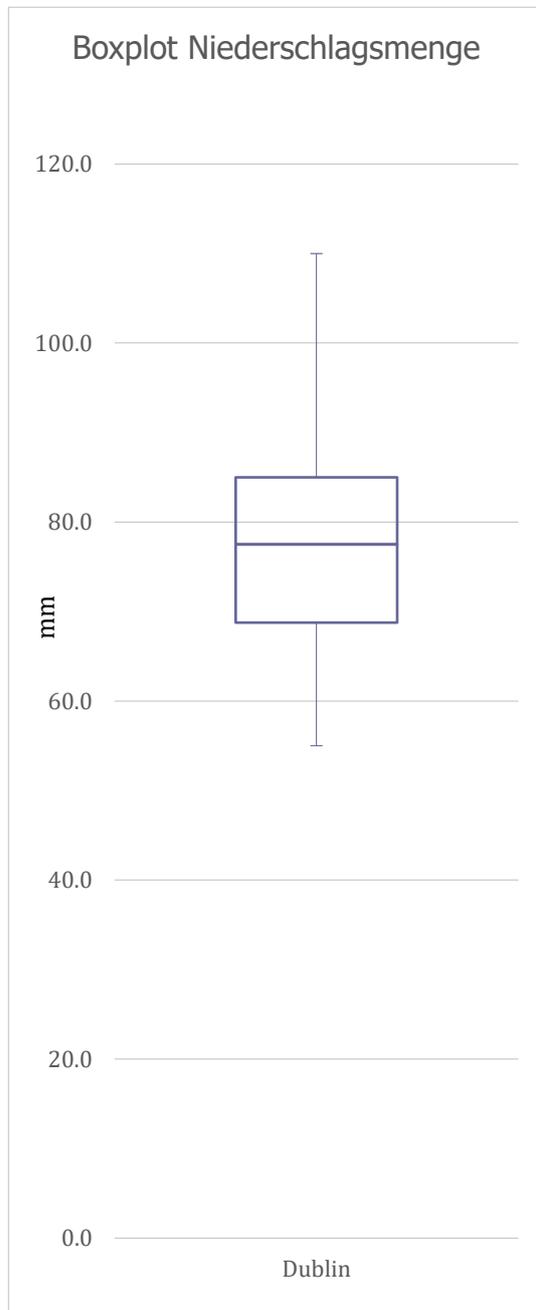
- a) Bestimmen Sie für die jährliche Niederschlagsmenge von St. Gallen das Minimum, das Maximum, die Spannweite, das arithmetische Mittel, den Median, das 1. Quartil, das 3. Quartil und den Interquartilsabstand

Kennzahlen	Werte
Minimum	55
Maximum	170
Spannweite	115
Arithmetisches Mittel	110
Median	95
1. Quartil	82.5
3. Quartil	145
Interquartilsabstand	62.5

- b) Aus der durchschnittlichen monatlichen Niederschlagsmenge der irischen Hauptstadt Dublin wurde der untenstehende Boxplot erstellt. Beantworten Sie mithilfe des Boxplots die folgenden Fragen mit „ja“, „nein“ oder „keine Aussage möglich“. Setzen Sie ein Kreuz.



Berufsfachschulen in den Kantonen St. Gallen, Appenzell AI und AR und Glarus
 Berufsmaturität



- Die durchschnittliche jährliche Regenmenge beträgt in Dublin 940 mm.

Ja	Nein	keine Aussage möglich
		x

- Die Hälfte der Monate haben in Dublin weniger als 77.5 mm Niederschlag.

Ja	Nein	keine Aussage möglich
x		

Punkte		Kriterium
a)	4	Pro falsche Kennzahl 1 Punkt Abzug
b)	2	1 Punkt pro richtige Antwort



Aufgabe 13

Finanzmathematik

7 Punkte

Ein unbekanntes Anfangskapital wird auf einem neu eröffneten Sparkonto zu 0.3 % verzinst. Zwei Jahre nach der Kontoeröffnung senkt die Bank den Zinssatz auf 0.2 %. Ein Jahr nach dieser Senkung werden CHF 5'600.- vom Sparkonto abgehoben. Weitere zwei Jahre später wird die Hälfte des ursprünglichen Anfangskapitals auf das Konto einbezahlt. Nach insgesamt 7 Jahren beträgt der Saldo auf dem Sparkonto CHF 28'360.75. Wie hoch war das Anfangskapital?

Lösung:

Anfangskapital in CHF: x

$$[(x \cdot 1.003^2 \cdot 1.002 - 5'600) \cdot 1.002^2 + 0.5x] \cdot 1.002^2 = 28'360.75$$

$$1.01206x - 5'622.422 + 0.5x = 28'247.646$$

$$1.512x = 33'870.069$$

$$x = 22'399.99$$

Das Anfangskapital betrug CHF 22'400.-.

Punkte	Kriterium
2	Gleichung erstellen mit korrekter Klammersetzung, 1 Teilpunkt für Erstellung der Gleichung bis zum Jahr 5
4	Gleichung auflösen, pro Fehler -2 Punkte
1	Schlussatz mit Masseinheit



Der 58-jährige Robert Geitz möchte sich vorzeitig pensionieren lassen, denn er hat von seinem verstorbenen Vater einen ansehnlichen Batzen Geld geerbt. Er hat vor, nur noch von seinem Erbe zu leben und so seinen Lebensunterhalt zu bestreiten. Bis zu seiner Pensionierung mit 65 Jahren will er jährlich CHF 84'000.- nachschüssig aus seiner Erbschaft beziehen. Die Online-Bank plusplus macht Herrn Geitz das Angebot, seine Erbschaft bis zur Pensionierung (d.h. 8 Jahre lang) zu einem festen Zinssatz von 2.5 % anzulegen.

Wie hoch ist die Erbschaft, wenn der Mann 50% davon im Alter von 65 Jahre noch besitzen möchte? Runden Sie auf 5 Rappen genau.

Lösung:

Erbschaft in CHF: x Zinssatz: 2.5 % 50 % der Erbschaft mit 65 Jahren: $0.5x$

$$0.5x = x \cdot 1.025^8 - 84'000 \cdot \left(\frac{1.025^8 - 1}{1.025 - 1} \right)$$

$$84'000 \cdot \left(\frac{1.025^8 - 1}{1.025 - 1} \right) = 0.718x$$

$$x = 1'021'479.365$$

Die Erbschaft betrug ursprünglich CHF 1'021'479.35.

Punkte	Kriterium
2	Gleichung erstellen
3	Gleichung auflösen, pro Fehler -2 Punkte
1	Antwortsatz mit Masseinheit