13. Eine Angestellte möchte ihre Lebensversicherung in Höhe von CHF 360‘000.–, auszahlbar mit Vollendung des 65. Lebensjahrs, in eine nachschüssige Rente umwandeln.

a. Wie hoch ist die jährliche Rente, wenn sie 10 Jahre lang gezahlt werden soll und ein Zinssatz von 5 % zu Grunde liegt? **ns, r**

b. Wie lange könnte die Rente gezahlt werden, wenn jährlich CHF 18‘000.– und ein Zinssatz von 4 % zu Grunde liegt? **ns, n**

a) $K_0 = 360'000$; ns; $q = 1{,}05$; $n = 10$; $K_n = 0$

$$0 = 360'000 \cdot 1{,}05^{10} - r \cdot \frac{1 - 1{,}05^{10}}{1 - 1{,}05}$$

$$r = 46'621.65$$

b) $K_0 = 360'000$; ns; $q = 1{,}04$; $K_n = 0$; $r = 18'000$

$$0 = 360'000 \cdot 1{,}04^{n} - 18'000 \cdot \frac{1 - 1{,}04^{n}}{-0{,}04} \rightarrow \frac{1}{-0{,}04} - \frac{1{,}04^{n}}{-0{,}04}$$

$$\frac{7-4}{4} = \frac{7}{4} - \frac{4}{4}$$

$$0 = 360'000 \cdot 1{,}04^{n} - 18'000 \cdot \left(\frac{1}{-0{,}04} - \frac{1{,}04^{n}}{-0{,}04}\right)$$

Zahl

enthält n

$$0 = 360'000 \cdot 1{,}04^{n} + 450'000 - 450'000 \cdot 1{,}04^{n}$$

$$-450'000 = 1{,}04^{n}\underbrace{(360'000 - 450'000)}_{-90'000} \quad | : (-90'000)$$

$$5 = 1{,}04^{n} \quad | \log$$

$$\log 5 = n \cdot \log 1{,}04 \quad | : \log 1.04$$

$$41{,}035\ldots = n \approx 41 \text{ Jahre}$$

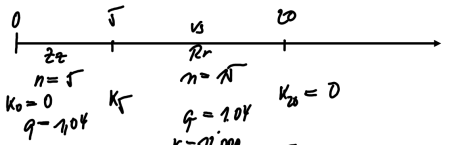
14. Eine Kauffrau legt zur Sicherung ihres Lebensabends ein Kapital zu 4 % so an, dass sie nach 5 Jahren vorschüssig 15 Jahre lang eine Rente von CHF 12'000.– beziehen kann.

a. Berechnen Sie das zu Beginn angelegte Kapital. vs, K_0

b. Wie lange könnte sie die Rente beziehen, wenn sie sich auf Kosten der Laufzeit jährlich CHF 18'000.– ausbezahlen liesse? vs, n

c. Welchen Betrag müsste sie 3 Jahre nach der Kapitalanlage nachschiessen um die die Rente von CHF 18'000.– über 15 Jahre beziehen zu können? vs, K_0

a)



$$K_{20} = K_5 \cdot q^{15} - r q \cdot \frac{1-q^{15}}{1-q}$$

$$0 = K_5 \cdot 1{,}04^{15} - 12'000 \cdot 1.04 \frac{1-1{,}04^{15}}{1-1{,}04}$$

$$12'000 \cdot 1.04 \cdot \frac{1-1{,}04^{15}}{1-1{,}04} = K_5 \cdot 1{,}04^{15} \quad | : 1{,}04^{15}$$

$$138'757.48 = K_5$$

$$K_0 = \frac{K_5}{q^5} = \frac{138'757.48}{1{,}04^5} = 114'048.53$$

Sie hat zu Beginn <u>114'048.53</u> auf das Konto einbezahlt.

b)

$K_0\ (= K_5) = 138.757.48$; $q = 1{,}04$; $n = ?$; $r = 18'000$, vs

$$0 = 138'757.48 \cdot 1{,}04^n - 18'000 \cdot 1.04 \cdot \left(\frac{1}{-0.04} - \frac{1{,}04^n}{-0{,}04}\right)$$

$$0 = 138'757.48 \cdot 1{,}04^n + 468'000 - 468'000 \cdot 1{,}04^n$$

$$-468'000 = 1{,}04^n\,(138'757.48 - 468'000) \quad | : (\,)$$

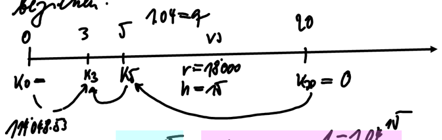
$$1{,}421.. = 1{,}04^n \quad | \log$$

$$\log 1{,}421 = n \cdot \log 1{,}04 \quad | : \log 1{,}04$$

$$8{,}967 = n \approx 9 \text{ Jahre.}$$

Sie kann die Rente von 18'000 9 Jahre lang beziehen.

c)



$$0 = K_5 \cdot 1{,}04^{15} - 18'000 \cdot 1{,}04 \frac{1-1{,}04^{15}}{1-1.04}$$

neu $K_5 = 208'136.21$

neu $K_3 = \frac{K_5}{q^2} = \frac{208'136.21}{1{,}04^2} = 192'433.63$

alt $K_3 = 114048.53 \cdot 1{,}04^3 = 128'289.09$

$64'144.54$

Sie muss nach 3 Jahren → 64'144.54 → nachschiessen.